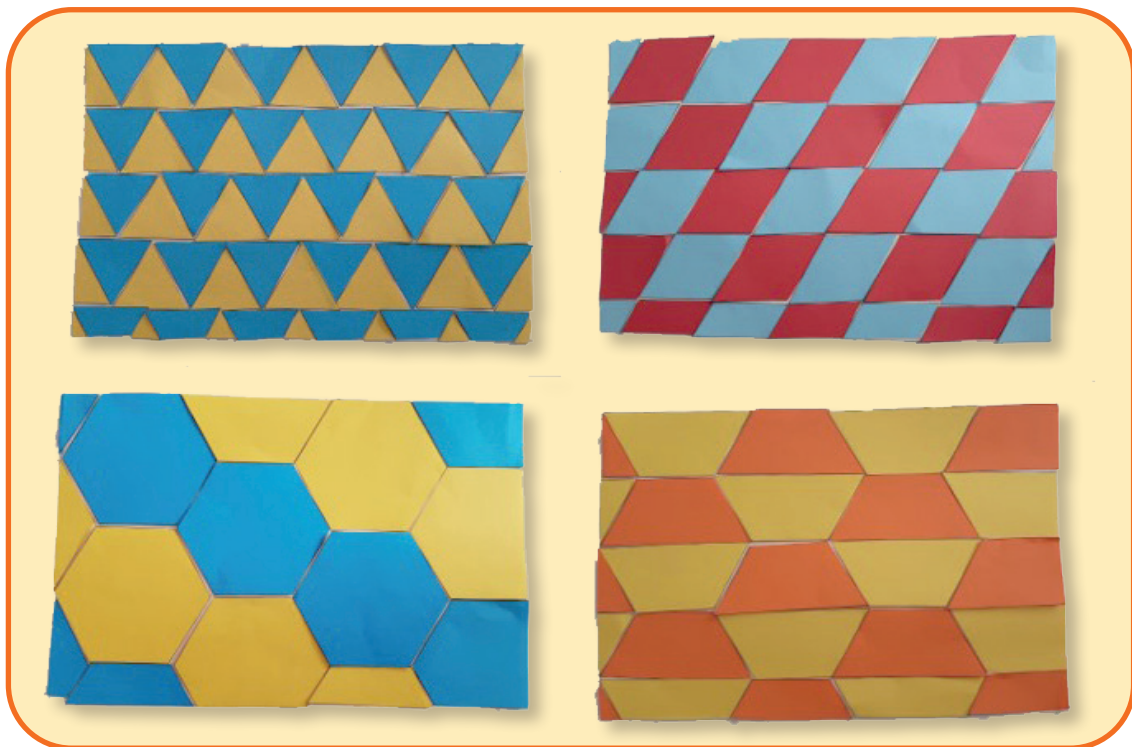


Dalla tassellazione alla formula dell'area del rettangolo

di Lorella Campolucci e Silvia Sbaragli

Per citazione: Campolucci L. & Sbaragli S. (2023). Dalla tassellazione alla formula dell'area del rettangolo. Gaia Edizioni Scuola

<https://missioneinsegnante.it/2023/10/11/dalla-tassellazione-alla-formula-dellarea-del-rettangolo/>



Tassellazioni con figure diverse

Il tema della tassellazione è fondamentale per comprendere il concetto di area, intesa come grandezza relativa alle superfici. È infatti importante dare agli alunni l'idea del ricoprimento di superfici (non solo del piano), con tessere che permettano di evitare sovrapposizioni e spazi vuoti.

Per riprendere questo aspetto proponiamo di ricoprire un foglio di carta rettangolare di dimensioni 36 cm x 24 cm, utilizzando i seguenti tasselli che creano intuitivi rapporti tra le aree:

quadrati (lunghezza dei lati 6 cm), triangoli rettangoli isosceli di area metà del quadrato, rettangoli di area doppia del quadrato, triangoli equilateri (lunghezza dei lati 6 cm), rombi di area doppia dei triangoli equilateri, trapezi isosceli di area tripla rispetto ai triangoli equilateri, esagoni di area doppia rispetto ai trapezi isosceli.

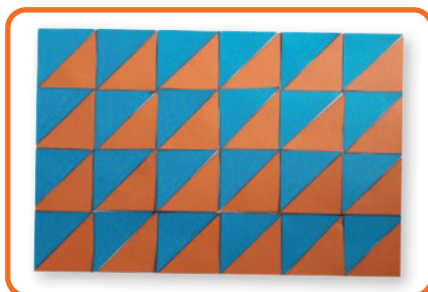
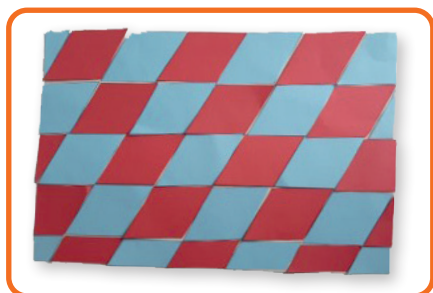


I vari tasselli.

Formiamo piccoli gruppi di allievi e consegniamo a ciascuno di loro il foglio rettangolare e i vari tipi di poligoni, in numero sufficiente da riuscire a ricoprirlo uniformemente (sempre con lo stesso tipo di figura). Chiediamo poi a ogni gruppo di tassellare il foglio rettangolare con ogni tipo di figura e di annotare ciò che viene osservato e il numero di tessere necessarie.



Esempi di tassellazioni.



Ogni volta che si completa una tassellazione del foglio, appoggiando le tessere senza incollarle, si contano le tessere utilizzate: **il numero delle tessere utilizzate rappresenta l'area del foglio con quella specifica unità di misura.**

Misurare una superficie, infatti, significa confrontarla con una superficie campione e osservare quante volte vi è contenuta. Ogni tassellazione, una volta ultimata, verrà fotografata in digitale, in modo da tenerne traccia. Potremo successivamente rivedere tutte le tassellazioni attraverso un monitor interattivo o una Lim e faremo dei confronti.

Sarà immediatamente evidente che, nonostante si lavori sempre sulla stessa superficie, utilizzando tessere diverse, le quantità di tasselli necessarie per il ricoprimento differiscono. **Si possono poi analizzare i rapporti tra le aree espresse nelle diverse unità di misura, che risultano dal rapporto tra le aree dei vari tipi di tasselli.**

Solleciteremo poi tutto il gruppo alla discussione, ponendo domande come queste:

«Che cosa avete osservato? Quali sono le figure “più comode” da utilizzare per realizzare tassellazioni di rettangoli? Quadrato? Rettangolo? Triangoli isosceli rettangoli? Triangoli equilateri? Rombi? Trapezzi? Esagoni? Da che cosa dipende questa “comodità”? Quali aree avete ottenuto?»

Durante la discussione emergeranno varie considerazioni:

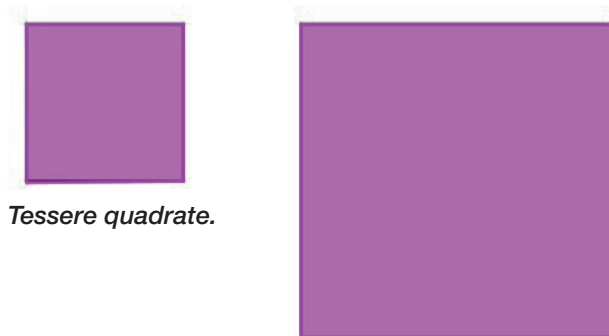
- è necessario usare come unità di misura dell'area una determinata mattonella presa come riferimento;
- non tutti i tipi di tessere stanno esattamente nel contorno del foglio, come nel caso del triangolo equilatero, ma è possibile ritagliarle e ricoprirlo esattamente;

- le figure più comode per tassellare i rettangolari sono il rettangolo e il quadrato;
- l'area del rettangolo è una, anche se viene espressa in diversi modi in base alle differenti unità di misura ecc.

Tassellazioni con quadrati di dimensioni diverse

Consegniamo ai gruppi di allieve e allievi il foglio da ricoprire già previsto per l'attività precedente; ad una metà dei gruppi daremo dei quadrati i cui lati hanno una lunghezza di 4 cm, mentre all'altra metà assegneremo dei quadrati con lati di 8 cm.

Come in precedenza, chiederemo di realizzare la tassellazione, contare i tasselli utilizzati e confrontare con gli altri gruppi l'area ottenuta. **Sarà interessante osservare che, nella tassellazione, anche utilizzando lo stesso tipo di figura, ma di dimensioni diverse, la quantità di tasselli differisce. L'area del foglio dipende dall'area dell'unità di misura scelta, non dalla sua forma.**



Come ulteriore sollecitazione, si può proporre la seguente situazione:

A casa di Carlo sono stati fatti dei lavori di ristrutturazione e anche la pavimentazione della sua camera è stata rinnovata: il vecchio pavimento è stato sostituito con delle belle piastrelle quadrate. La pianta della sua camera è rettangolare. Carlo ha contato le mattonelle quadrate che ci sono nel lato più lungo e quelle che ci sono nel lato più corto, perché vuole scoprire quante sono in tutto le mattonelle usate per il suo pavimento.

Scopre che nel lato più lungo ci sono esattamente 8 mattonelle e nel lato più corto 6. È davvero fortunato, perché è veramente difficile trovare mattonelle della dimensione esatta della stanza da pavimentare. Carlo non può contare le mattonelle a una a una perché alcune sono coperte dall'armadio, dal tappeto sotto la scrivania e dal letto. Ma lui ha già in mente una strategia per scoprire quante sono. Secondo voi come farà?

Dopo aver messo in comune le varie strategie per risolvere il problema (fare disegni e contare, eseguire un'addizione o una moltiplicazione ecc.), andando così verso la formula dell'area del rettangolo, chiederemo ai vari gruppi di ipotizzare le dimensioni della camera di Carlo. Si può poi chiedere: «Questa camera sarà più o meno grande della nostra aula?».

Se nell'aula il pavimento è ricoperto di mattonelle a forma quadrata, prendiamo queste come riferimento, in caso contrario occorre ipotizzare la dimensione della mattonella da considerare. Chiediamo ora di disegnare, con del nastro carta, la pianta rettangolare della camera di Carlo.

Si potrà poi osservare che, se le piastrelle del pavimento sono abbastanza grandi (per esempio con lunghezza dei lati di 50 cm), sarà possibile ottenere una dimensione accettabile per una cameretta, ma se le mattonelle sono di dimensioni molto inferiori, le allieve e gli allievi si renderanno conto che non ci sarà spazio nemmeno per un letto. Sarà così possibile ipotizzare una dimensione minima delle mattonelle partendo dalle dimensioni standard degli arredi.

Verso il centimetro quadrato

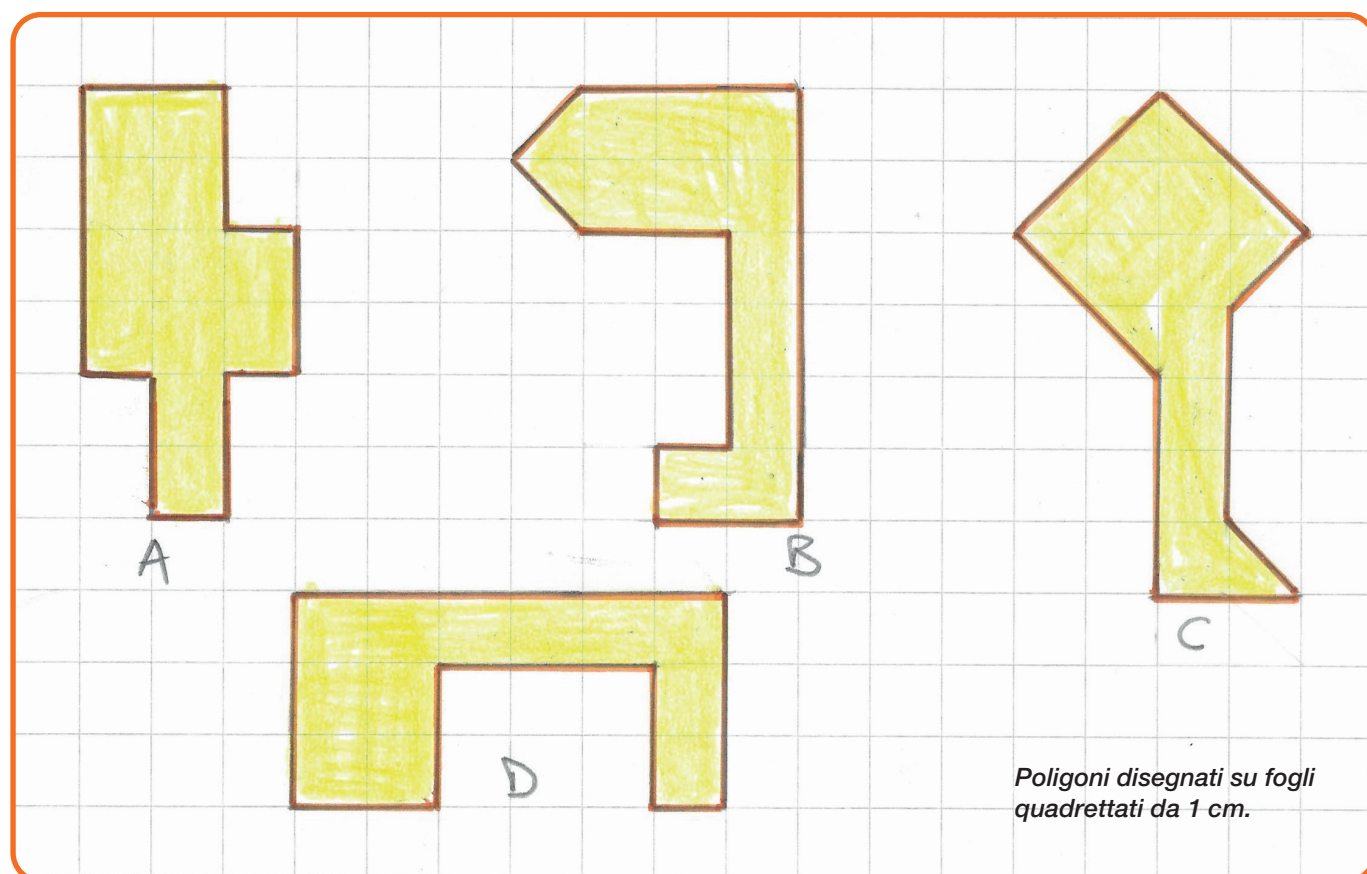
Distribuiamo ad ognuno **fogli quadrettati di diversi tipi** (lunghezza dei lati di 1 cm, millimetrata ecc.), **chiediamo di analizzarli e di stabilire le grandezze dei quadrati che creano le tassellazioni.**

Dopo le prime osservazioni libere, focalizziamo l'attenzione sul **foglio costituito da quadrati con**

lunghezza dei lati di 1 cm. Chiediamo di colorare l'estensione di un quadratino e definiamo l'unità di misura della sua area (centimetro quadrato), che esprimeremo con questa scritta: cm^2 .

Chiediamo ora di disegnare rettangoli e quadrati le cui dimensioni vengono assegnate dall'insegnante o dai compagni, di colorare la regione interna di ciascuno, di contare i quadretti che la ricoprono e di **individuare l'area di quelle figure in centimetri quadrati.**

Diamo a ogni allieva e allievo un foglio quadrettato da 1 cm, nel quale sono rappresentati dei poligoni equiestesi, ossia con la stessa area (ad esempio 12 cm^2), ma di forma diversa, e chiediamo di scrivere all'interno di ogni figura l'area in cm^2 .



Ci si renderà conto che tutte le figure sono equiestese e che in alcuni casi non è stato facile individuare l'area, perché alcuni quadretti all'interno della figura risultano spezzati. **Si noterà così che 1 cm^2 non ha necessariamente forma quadrata, ma può essere dato da due triangoli, ognuno con area di mezzo cm^2 .**

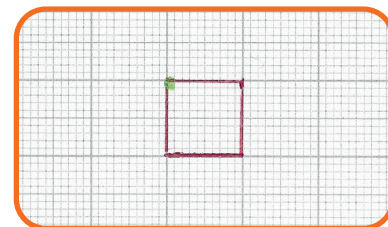
Chiediamo poi di disegnare altri poligoni equiestesi in aggiunta a quelli dati: ciascuno potrà dare libero sfogo alla creatività, senza temere di spezzare i quadretti.

Il millimetro quadrato

Richiamiamo ora l'attenzione sulla carta millimetrata, invitando le allieve e gli allievi a esplicitare che cosa osservano. Non è semplice misurare la lunghezza del lato del quadretto più piccolo, ma con un po' di pazienza e con una buona vista, riusciremo a verificare che è un millimetro.

Chiediamo agli allievi di colorare con un pastello ben appuntito la superficie del quadratino; stabiliremo che **l'area di questo quadratino è 1 millimetro quadrato e che si scrive così: 1 mm^2 .**

In seguito, invitiamo tutti a disegnare un quadrato avente il lato lungo 1 centimetro e a contare quanti millimetri quadrati ne ricoprono la superficie: scopriremo che **ci vogliono ben 100 millimetri quadrati per formare 1 centimetro quadrato**.



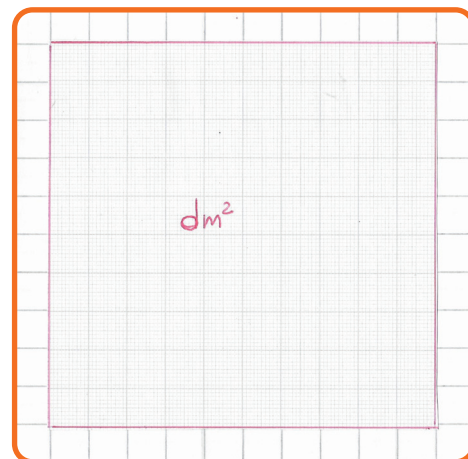
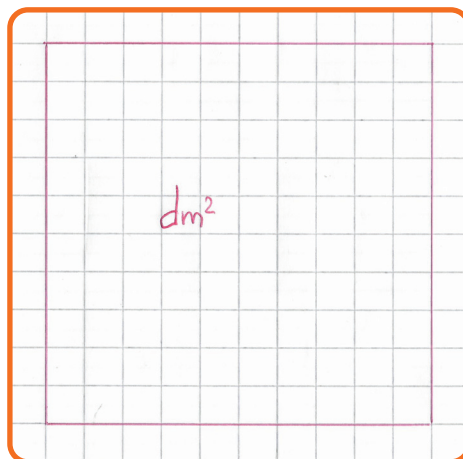
Centimetro quadrato e millimetro quadrato su carta millimetrata.

Proponiamo poi di disegnare un rettangolo di area 200 mm^2 e almeno altri tre poligoni equiestesi a questo rettangolo.

Il decimetro quadrato

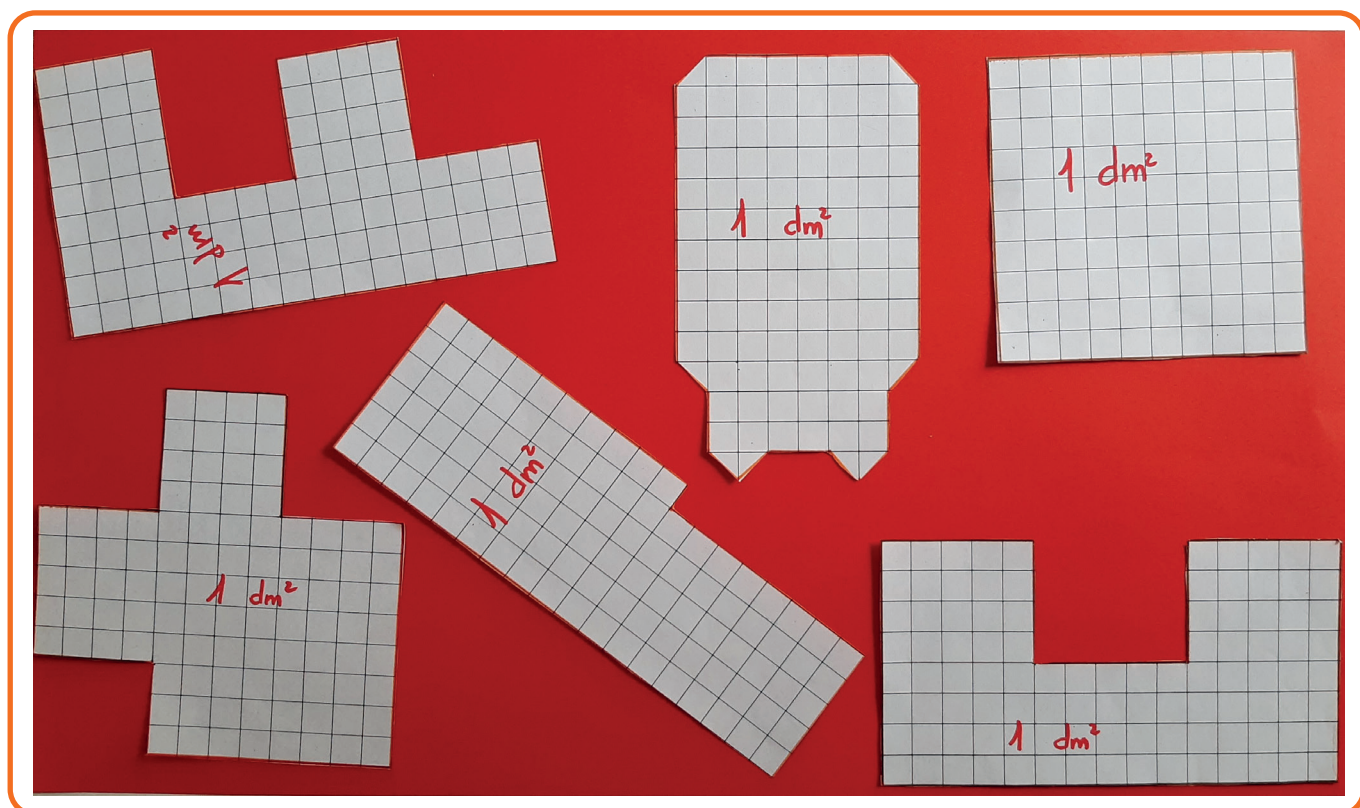
Utilizzando ancora la carta quadrettata da 1 cm, chiediamo di **disegnare un quadrato con la lunghezza del lato di 1 decimetro, che per analogia con le attività precedenti avrà area 1 decimetro quadrato e il cui simbolo è:**

1 dm^2 . E adesso contiamo insieme quanti quadratini da un centimetro quadrato ricoprono la sua superficie: scopriremo che sono necessari ben 100 centimetri quadrati per ricoprire 1 decimetro quadrato e ben 10.000 millimetri quadrati per ricoprire 1 decimetro quadrato.



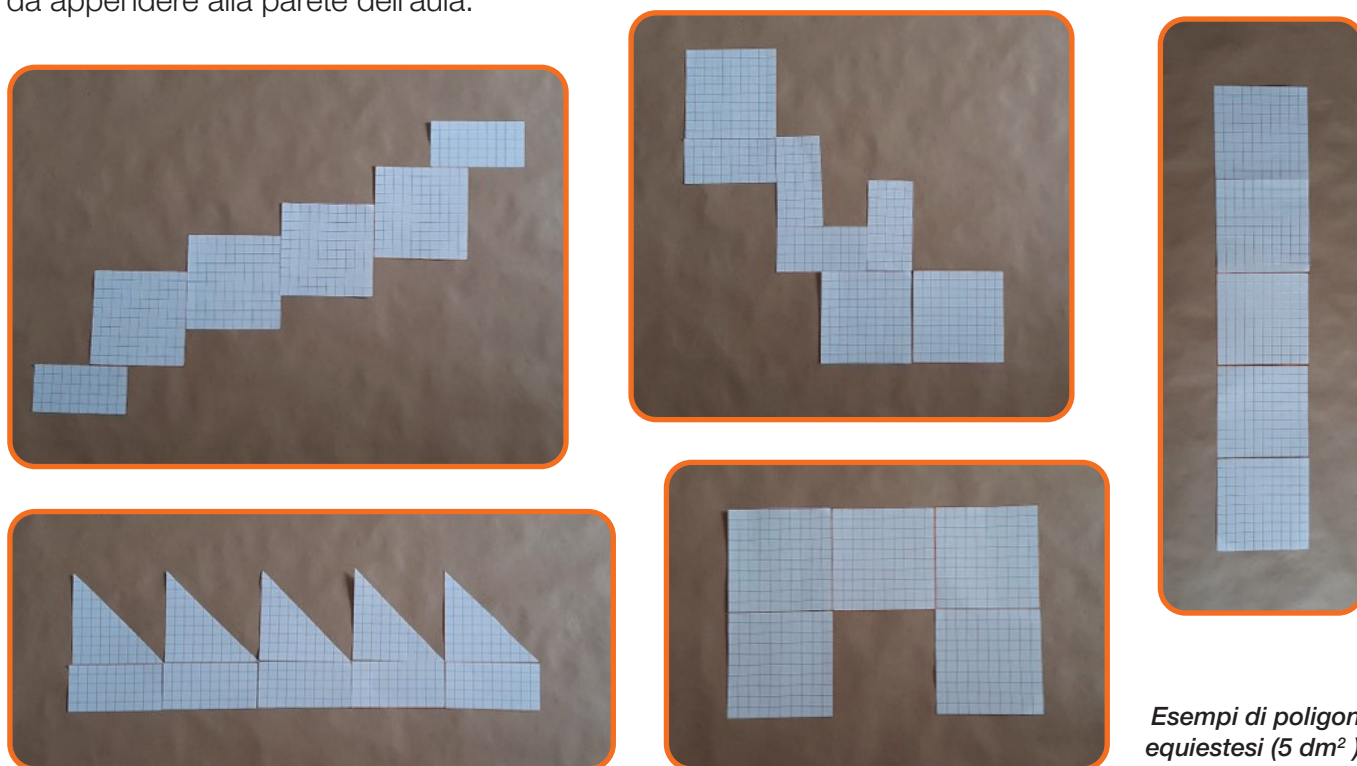
Decimetro quadrato su carta quadrettata da 1 cm e su carta millimetrata.

È anche possibile chiedere di **realizzare decimetri quadrati di forme diverse, combinando in vari modi 100 centimetri quadrati**.



Decimetri quadrati di varie forme.

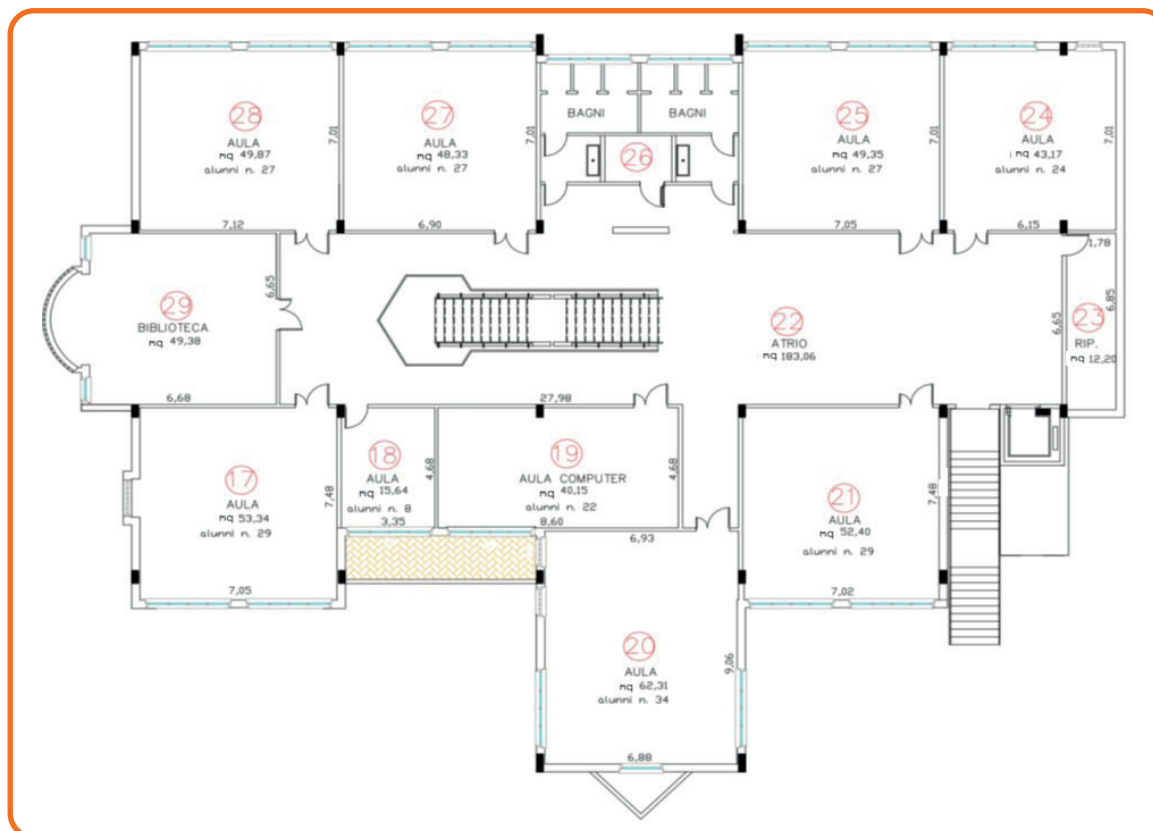
Diamo indicazioni per disegnare e ritagliare 5 quadrati di area 1 decimetro quadrato e di assemblarli in modo da costruire dei poligoni a piacere, suggerendo anche che i quadrati possono essere tagliati. I diversi poligoni ottenuti saranno equiestesi e possono essere incollati su un foglio di carta da pacchi da appendere alla parete dell'aula.



Esempi di poligoni equiestesi (5 dm²).

Il metro quadrato

Consegniamo ad ognuno la pianta della scuola nella quale è possibile osservare, oltre alla forma e alla posizione della propria aula rispetto alle altre, anche le sue dimensioni espresse in metri quadrati.



Pianta di una scuola.

Chiediamo ai ragazzi se conoscono il simbolo **mq** rappresentato all'interno dell'aula e se ne intuiscono il significato. In seguito, dopo aver confrontato idee e ipotesi, proponiamo di **costruire il metro quadrato su un foglio di carta da pacchi partendo dalla conoscenza del metro**.

Preciseremo poi che, frequentemente, il simbolo riportato nelle mappe architettoniche per il metro quadrato è mq., ma che tradizionalmente si indica con **m²** senza il puntino.

Ci renderemo immediatamente conto che la "mattonella" metro quadrato è utile per misurare la superficie dell'aula, ma non è adatta per misurare superfici più piccole. È infatti sufficiente appoggiare il quadrato con estensione di un metro quadrato sulla superficie del banco per verificare che serve una scomposizione in tasselli più piccoli. Riprendiamo il quadrato di estensione 1 decimetro quadrato, disegnato in precedenza, e chiediamo di fare una stima di quanti tasselli saranno necessari per ricoprire il quadrato di estensione un metro quadrato. Poi inviteremo allieve e allievi a riprodurre alcuni quadrati di estensione 1 decimetro quadrato (che possono anche essere decorati a piacere) per verificare le loro ipotesi ricoprendo il quadrato di estensione 1 metro quadrato.



Metro quadrato costruito con carta da pacchi.



Metri quadrati realizzati con decimetri quadrati.



Ancora una volta il rapporto è 100: ci vogliono 100 decimetri quadrati per ricoprire 1 metro quadrato. **I ragazzi scopriranno così che ogni unità di misura di superficie è 100 volte più grande di quella immediatamente precedente in ordine di grandezza** e ne comprenderanno concretamente il motivo.

Come sfida giocosa, chiederemo: «Quanti centimetri quadrati saranno necessari per ricoprire un metro quadrato? E quanti millimetri quadrati?»

Sempre poligoni equiestesi...

Dividiamo la classe in 4 gruppi e forniamo a ciascun gruppo 100 decimetri quadrati di forma quadrata e un foglio di carta da pacchi. Chiediamo ora di costruire un poligono di forma non quadrata utilizzando tutti i pezzi, che possono essere anche tagliati.

Il poligono che si otterrà avrà dunque l'area di 1 metro quadrato. La sfida potrebbe essere quella di realizzare la figura più originale. Questa attività laboratoriale favorisce la riflessione sull'equiestensione di superfici di forme diverse, così da **comprendere che il metro quadrato è una grandezza che non ha una specifica forma.**



Metri quadrati di varie forme.

Multipli e sottomultipli del metro quadrato

In analogia con le attività precedentemente vissute, all'interno di uno spazio come un cortile o una palestra proponiamo di **rappresentare un quadrato avente per lato la lunghezza di 1 decametro**, utilizzando corde, aste metriche o metri a nastro sufficientemente lunghi, **così da poter individuare la sua area di 1 decametro quadrato (1 dam²).**

L'ettometro quadrato e il chilometro quadrato non sono rappresentabili ma ormai sarà chiaro il rapporto tra le diverse unità di misura di superfici. Procediamo dunque a costruire insieme, su un foglio grande di carta da pacchi (o bristol), la **tabella delle unità di misura di superfici**, sulla quale vengono annotate le scoperte fatte durante le attività, le ipotesi di utilizzo e su cui possiamo anche incollare fotografie e disegni.

chilometro quadrato	ettometro quadrato	decametro quadrato	metro quadrato	decimetro quadrato	centimetro quadrato	millimetro quadrato
km²	hm²	dam²	m²	dm²	cm²	mm²
1 km ² = 100 hm ²	1 hm ² = 100 dam ²	1 dam ² = 100 m ²	1 m ² = 100 dm ²	1 dm ² = 100 cm ²	1 cm ² = 100 mm ²	
Area di regioni, Stati ...	Area di campi, giardini ...	Area del cortile ...	Area dell'aula, delle stanze di casa ...	Area del piano del banco, di tavoli ...	Area dei poligoni, del foglio del quaderno, della pagina del diario, di una banconota....	Area di un francobollo, di una moneta ...

Area del rettangolo

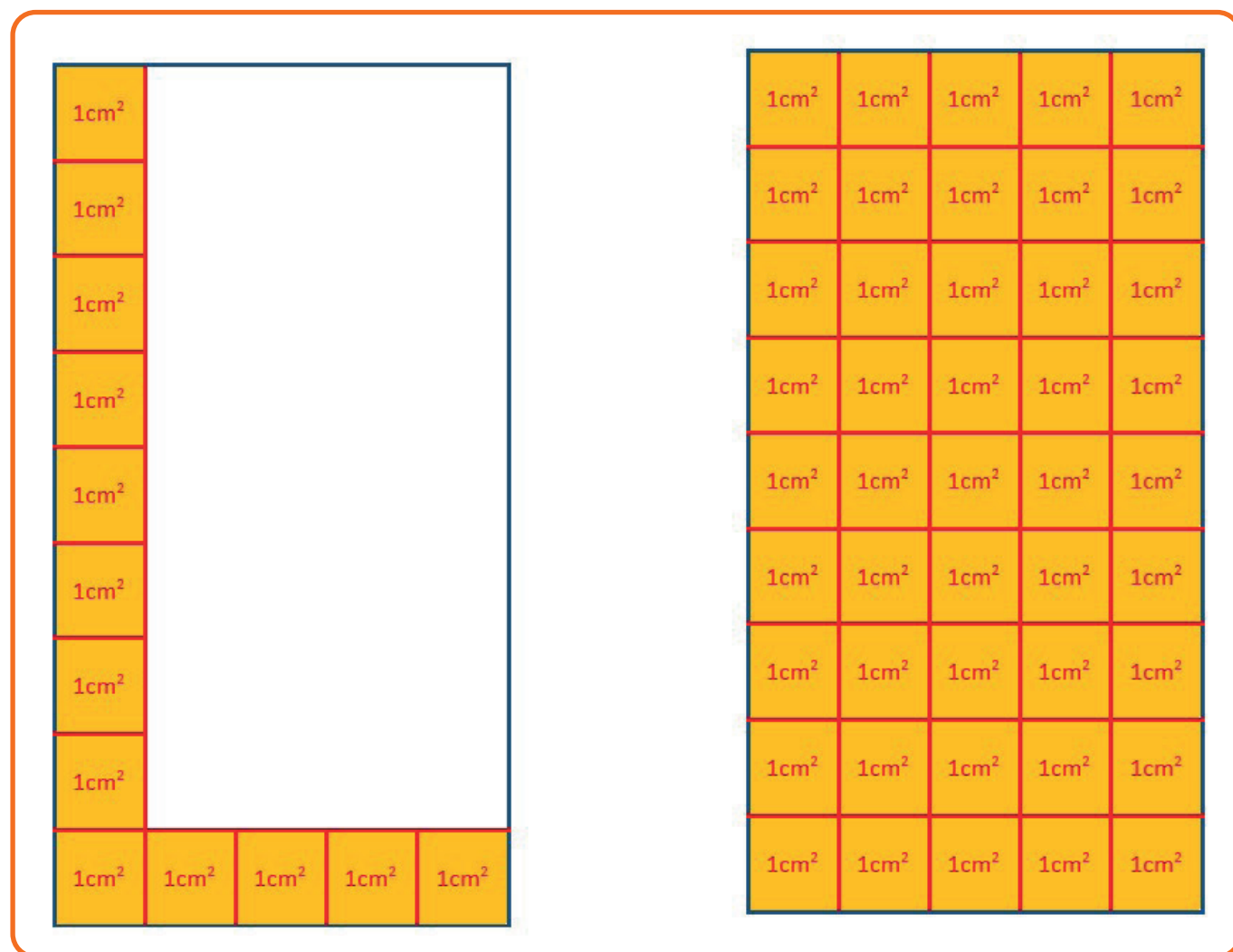
Utilizzando della carta quadrettata da 1 centimetro, chiediamo a ciascuna allieva e allievo di disegnare un rettangolo di dimensioni a piacere, sempre rimanendo nella quadrettatura, e di trovare un modo per calcolare la sua area.

Formiamo piccoli gruppi di tre/quattro allievi ciascuno e chiediamo di confrontare le strategie utilizzate, anche ricordando le esperienze già vissute in precedenza.

Alcuni allievi conteranno i quadretti a uno a uno, altri eseguiranno addizioni, altri ancora utilizzeranno la moltiplicazione, riconoscendo uno schieramento di centimetri quadrati.

Si giungerà alla conclusione che **per calcolare l'area di un qualsiasi rettangolo** – quadrato compreso, essendo un caso particolare di rettangolo – **basta moltiplicare la lunghezza di un lato** (che corrisponde al numero di quadretti in esso presente), **per la lunghezza del lato consecutivo** (che corrisponde anch'esso al numero di quadretti in esso presenti).

Il lato consecutivo del lato considerato si può chiamare altezza. Si sconsiglia di utilizzare il termine "base" al posto di "lato", dato che può portare a "misconcezioni da posizioni vincolanti" (Martini & Sbaragli, 2004).



Area_{rettangolo}: lato 1 x lato 2 ($l_1 \times l_2$) oppure lato x altezza ($l \times h$)

Nel quadrato, che ricordiamo essere un caso particolare di rettangolo, le due dimensioni lato e relativa altezza coincidono, quindi si può eventualmente scrivere:

$$\text{Area}_{\text{quadrato}}: l \times h = l \times l = l^2$$



Sarà poi possibile applicare questa formula in varie e stimolanti situazioni.

Obiettivi di apprendimento

- Costruire e utilizzare modelli materiali nello spazio e nel piano come supporto a una prima capacità di visualizzazione.
- Riconoscere figure ruotate, traslate e riflesse.
- Determinare l'area di rettangoli e triangoli e di altre figure per scomposizione o utilizzando le più comuni formule.
- Utilizzare le principali unità di misura per lunghezze, angoli, aree, volumi/capacità, intervalli temporali, masse, pesi per effettuare misure e stime.

Durata del percorso

- **Tassellazioni con figure diverse:** 2 ore.
- **Tassellazioni con quadrati di dimensioni diverse:** 1 ora.
- **Verso il centimetro quadrato:** 1 ora.
- **Il millimetro quadrato:** 1 ora.
- **Il decimetro quadrato:** 1 ora.
- **Il metro quadrato:** 1 ora.
- **Multipli e sottomultipli del metro quadrato:** 1 ora.
- **Area del rettangolo:** 1 ora.

Durata complessiva: 9 ore circa.

Materiali

- **Tassellazioni con figure diverse:** fogli di carta o cartoncino 36 cm x 24 cm (uno per ogni gruppo); tessere per la tassellazione (in numero sufficiente in base al numero dei gruppi); quadrati (con lunghezza dei lati 6 cm), triangoli rettangoli isosceli di area metà del quadrato, rettangoli di area doppia del quadrato, triangoli equilateri (con lunghezza dei lati 6 cm), rombi di area doppia dei triangoli equilateri, trapezi isosceli di area tripla rispetto ai triangoli equilateri, esagoni di area doppia rispetto ai trapezi isosceli; fogli per annotare conteggi e osservazioni.
- **Tassellazioni con quadrati di dimensioni diverse:** quadrati con lunghezza lati 4 cm; quadrati con lunghezza lati 8 cm; tablet o macchina fotografica digitale; nastro carta; forbici; riga, squadra; fogli per annotare conteggi e osservazioni.
- **Verso il centimetro quadrato:** fogli di carta quadrettata da 1 cm, da 0,5 cm, da 0,4 cm; fogli di carta millimetrata; riga, squadra, matite colorate.
- **Il millimetro quadrato:** fogli di carta millimetrata; riga, squadra, matite colorate.
- **Il decimetro quadrato:** fogli di carta quadrettata da 1 cm; fogli di carta millimetrata; fogli grandi di carta da pacchi o cartoncini bristol; forbici, riga, squadra, matite colorate.
- **Il metro quadrato:** fogli di carta quadrettata da 1 cm; fogli grandi di carta da pacchi; forbici, riga, squadra, matite colorate o pennarelli; riga da un metro, metro di legno pieghevole, oppure metro a nastro.
- **Multipli e sottomultipli del metro quadrato:** corde e metro a nastro (doppio decametro); foglio di carta da pacchi; fogli bianchi; riga, squadra, matite colorate.
- **Area del rettangolo:** fogli di carta quadrettata da 1 cm; riga, squadra, matite colorate.

Per tutte le attività è utile avere a disposizione un monitor interattivo (digital board) o una LIM per facilitare la condivisione dei materiali.

Per saperne di più

Cottino L., Dal Corso E., Francini M., Gualandi C., Nobis C., Ponti A., Ricci M., Sbaragli S., Zola L. (2011). *Misura*. Progetto: Matematica nella scuola primaria, percorsi per apprendere. Bologna: Pitagora.

Cottino L., Gualandi C., Nobis C., Ponti A., Ricci M., Sbaragli S., Zola L. (2011). *Geometria*. Progetto: Matematica nella scuola primaria, percorsi per apprendere. Bologna: Pitagora.

D'Amore B., Fandiño Pinilla M.I. (2005). Relazioni tra area e perimetro: convinzioni di insegnanti e studenti. *La matematica e la sua didattica*, 2, 165-190.

<http://www.dm.unibo.it/rsddm/it/articoli/damore/519%20area%20e%20perimetro%20pdf.pdf>

Fandiño Pinilla M.I., D'Amore, B. (2019). *Le relazioni tra area e perimetro dei poligoni. Alcune riflessioni matematiche, storiche e didattiche*. Pitagora.

Martini B., Sbaragli S. (2004) *Insegnare e apprendere la matematica*. Tecnodid.

* Lorella Campolucci è *coordinatrice del gruppo Matematica in Rete (MiR) di Corinaldo (AN)*; già docente presso la scuola primaria "A. Api" di Ostra Vetere - I.C. Corinaldo.

* Silvia Sbaragli è *responsabile del Centro competenze Didattica della Matematica del Dipartimento formazione e apprendimento della SUPSI di Locarno, Svizzera*.

