Isometrie di poligoni

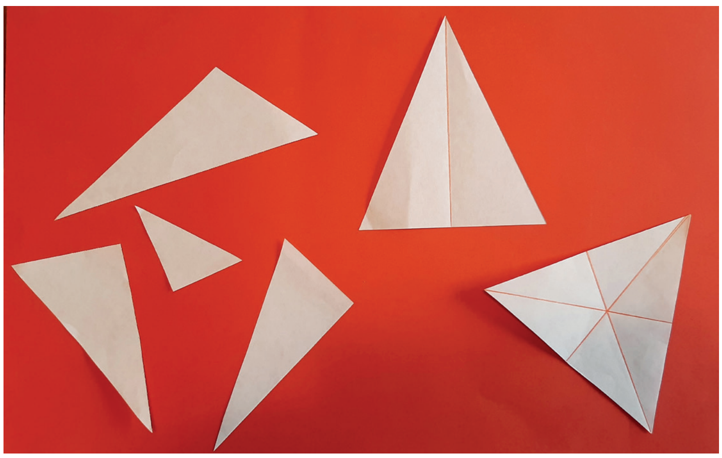
di Lorella Campolucci e Silvia Sbaragli

Per citazione: Campolucci L. & Sbaragli S. (2024). Isometrie di poligoni. Gaia Edizioni Scuola
https://missioneinsegnante.it/2024/04/26/isometrie-di-poligoni

Assi di simmetria dei triangoli e dei quadrilateri

Per riprendere il concetto di simmetria assiale, sicuramente già trattato negli anni scolastici precedenti, questa volta proponiamo la **ricerca degli assi di simmetria dei triangoli e dei quadrilateri**, con attività basate sulla manipolazione e l'analisi di figure di carta.
Mettiamo a disposizione di ciascuna allieva e ciascun allievo 6 foglietti di carta A6 (1/4 del foglio A4), bianchi o colorati, e chiediamo di realizzare diversi tipi di triangoli e di quadrilateri, cercando di utilizzare poca carta. Successivamente andiamo a individuare gli assi di simmetria di ogni figura ottenuta. Chiariremo che un poligono ha un asse di simmetria se, piegandolo lungo quella linea, tutti i punti di una parte coincidono con tutti i punti dell'altra. È opportuno che gli allievi lavorino in coppia per potersi confrontare, ma è bene che ciascuno abbia il proprio materiale.
Si analizzeranno le figure ottenute e si integreranno quelle mancanti per arrivare a istituzionalizzare le seguenti scoperte.

Tra i triangoli quello scaleno non ha assi di simmetria, il triangolo isoscele ha un asse di simmetria e il triangolo equilatero ne ha tre.

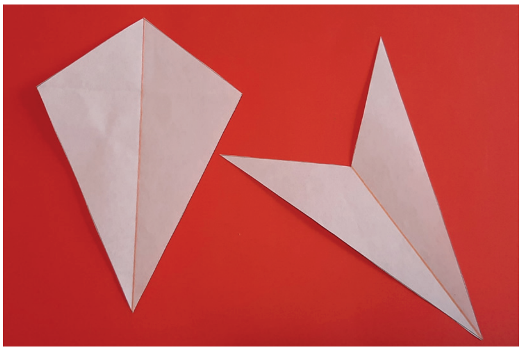


Assi di simmetria nei triangoli.

Questa scoperta può essere istituzionalizzata in questa tabella:

Tipi di triangoli	N. assi di simmetria
Triangolo scaleno	0
Triangolo isoscele	1
Triangolo equilatero	3

Se passiamo a considerare i quadrilateri, **ci sono esempi di quadrilateri generici che hanno un asse di simmetria, basta pensare ai deltoidi (aquiloni) sia convessi, sia concavi**. Può essere molto stimolante per le allieve e gli allievi costruire un deltoide convesso e uno concavo e verificare che effettivamente hanno un asse di simmetria.



Assi di simmetria nei deltoidi convessi e concavi.

I trapezi generici, invece, non hanno assi di simmetria, a meno che non siano trapezi isosceli, e in questo caso ne hanno uno. Una intuitiva definizione di trapezio isoscele è dunque la seguente: "un trapezio isoscele è un trapezio con un asse di simmetria".
Attraverso le piegature, è possibile verificare che **i parallelogrammi generici non hanno assi di simmetria**, anche se le allieve e gli allievi saranno inizialmente portati a credere che le due diagonali lo siano. Ciascuna diagonale divide un parallelogrammo in due triangoli congruenti, ma questo non è sufficiente per essere un asse di simmetria; tutti i punti di una parte devono infatti coincidere con tutti i punti dell'altra.
I rettangoli, che sono casi particolari di parallelogrammi, hanno invece due assi di simmetria, che coincidono con le mediane. Una possibile definizione di rettangolo è dunque: "Un rettangolo è un quadrilatero con due assi di simmetria che coincidono con le due mediane".
Anche i rombi, casi particolari di parallelogrammi, hanno due assi di simmetria, ma in questo caso coincidono con le diagonali. Una possibile definizione di rombi è dunque: "I rombi sono quadrilateri con due assi di simmetria che coincidono con le diagonali".
I quadrati, che rappresentano l'intersezione dei rettangoli e dei rombi, hanno quattro assi di simmetria, due che coincidono con le diagonali, come per i rombi, e due che coincidono con le mediane, come per i rettangoli. Questa trattazione è un modo per approfondire la classificazione dei quadrilateri di cui ci siamo occupati in "Un mondo di quadrilateri. Seconda parte" (https://missioneinsegnante.it/2022/10/26/un-mondo-di-quadrilateri-seconda-parte/) e nella pratica didattica del progetto MaMa "I quadrilateri e le loro classificazioni" (https://mama.edu.ti.ch/materiali-didattici/materiale-didattico/?ds_id=1231).

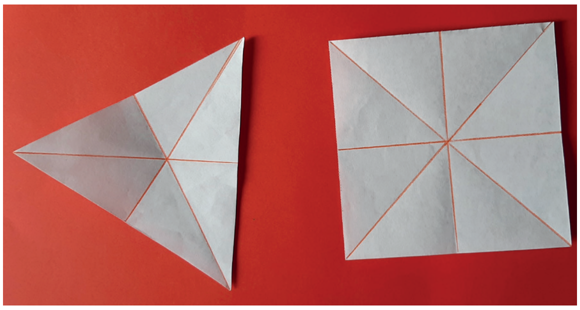
Assi di simmetria nei quadrilateri.

A conclusione del lavoro, si invitano le allieve e gli allievi a incollare i poligoni costruiti nei loro quaderni e a sintetizzare i dati in una tabella.

Tipo di quadrilatero	N. assi di simmetria
Deltoide (aquilone)	1
Trapezio scaleno	0
Trapezio rettangolo	0
Trapezio isoscele	1
Parallelogramma generico	0
Rettangolo	2
Rombo	2
Quadrato	4

Assi di simmetria dei poligoni regolari

Dopo aver scoperto con l'attività precedente che il triangolo equilatero e il quadrato hanno un numero di assi di simmetria pari al numero dei lati, chiediamo di verificare se questo vale per tutti i poligoni regolari.



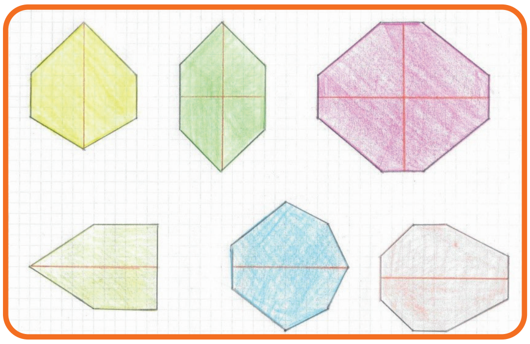
Assi di simmetria di un triangolo equilatero e un quadrato.

Assi di simmetria di alcuni poligoni regolari.

Consegniamo agli allievi dei poligoni regolari di carta già ritagliati – pentagoni regolari, esagoni regolari, ettagoni regolari, ottagoni regolari – e chiediamo di individuare tutti gli assi di simmetria di ciascun poligono. Anche in questo caso, è preferibile il lavoro in coppie.

A conclusione dell'attività pratica, in cui tutte le coppie avranno verificato che ogni poligono regolare ha tanti assi di simmetria quanti sono i suoi lati, si istituzionalizza questa scoperta. Si può poi procedere a completare la scheda "Poligoni regolari e simmetrie" scaricabile dai materiali "MaMa" (https://mama.edu.ti.ch/materiali-didattici/materiale-didattico/?ds_id=1190)

Proponiamo ora di disegnare su fogli bianchi o a quadretti dei poligoni irregolari di un numero di lati maggiore di quattro e che abbiano il maggior numero di assi di simmetria che è possibile individuare. Si scoprirà che alcuni poligoni irregolari possono avere più assi di simmetria, ma mai quanto il numero di lati.

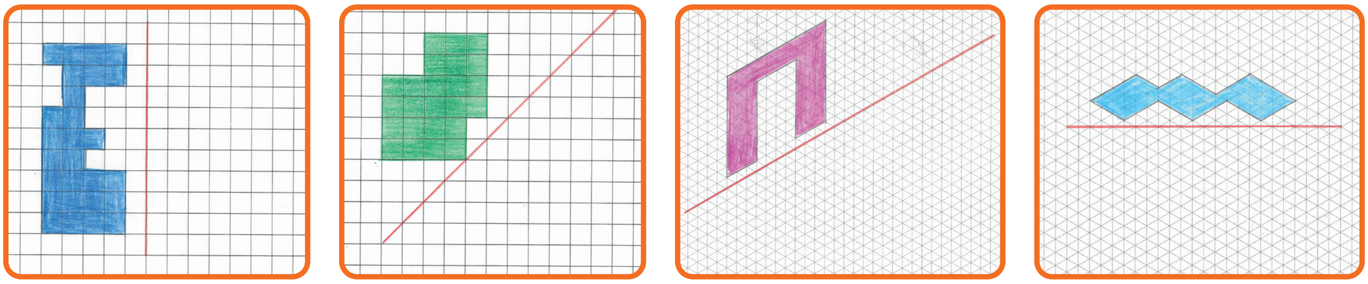


Assi di simmetria in alcuni poligoni irregolari.

Simmetria assiale su diversi tipi di carte

Con le precedenti attività abbiamo trattato gli assi di simmetria dei poligoni, ora iniziamo a considerare assi di simmetria esterni ai poligoni. **Proponiamo dei poligoni rappresentati su griglie isometriche di vari tipi e in cui sono rappresentati gli assi di simmetria rispetto ai quali occorre disegnare il poligono simmetrico.** I poligoni possono essere disegnati su diversi tipi di carte isometriche, che è possibile stampare dal supporto "Carta isometrica" del progetto "MaMa" (https://mama.edu.ti.ch/materiali-didattici/materiale-didattico/?ds_id=1212).

È opportuno proporre disegni di poligoni sia convessi sia concavi e assi di simmetria orizzontali, verticali e obliqui rispetto al punto di vista dell'osservatore. È inoltre importante mettere a disposizione delle allieve e degli allievi degli specchi veri oppure costruiti con della carta specchio adesiva applicata a cartoncini robusti, così da verificare il lavoro man mano che viene svolto.



Disegniamo poligoni simmetrici su vari tipi di carte isometriche.

Conclusa l'attività e verificata la correttezza dei lavori, sollecitiamo considerazioni sulle figure prodotte, invitando la classe a osservare che cosa cambia e che cosa resta invariato.

L'attività può proseguire sotto forma di gioco: ogni allieva e allievo produce un poligono e stabilisce un asse di simmetria; scambia poi il foglio con un compagno e ciascuno completa il disegno simmetrico. Si passa poi alla verifica del disegno simmetrico ottenuto anche grazie agli specchi.

Poligoni simmetrici con vertici "bucati"

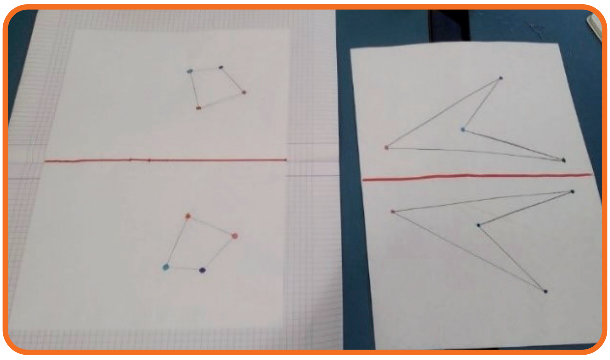
Lavoriamo ancora con la simmetria assiale, ma questa volta con fogli bianchi. Consegniamo a ciascuna allieva e a ciascun allievo alcuni foglietti di carta A5 (metà del foglio A4) bianchi e mettiamo a disposizione sopra un tavolo degli specchi, delle puntine che si usano per fissare i fogli sulle bacheche di sughero e dei pezzi di cartone da imballaggio (non molto grandi, necessari solo per appoggiare i fogli quando si forano).

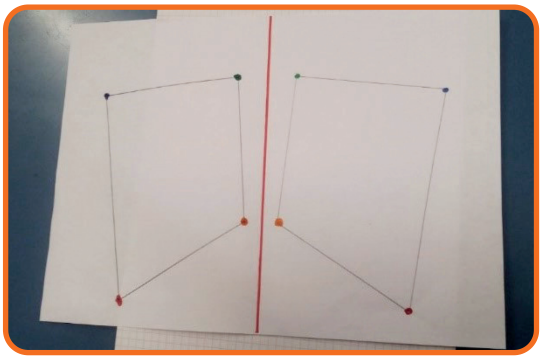
Chiediamo di prendere un foglietto, piegarlo lungo la mediana di minore lunghezza, riaprirlo, tracciare con un pastello il segmento sulla piegatura che corrisponde alla mediana, disegnare un poligono a piacere in una delle due metà del foglio, per poi trovare un modo di riprodurre il poligono simmetrico nell'altra parte del foglio.

Lasciamo che gli allievi usino liberamente i materiali a disposizione e che creino spontaneamente piccoli gruppi. Il problema che, per esempio, si genera utilizzando lo specchio è che appoggiandolo si vede il poligono simmetrico, ma togliendolo non si hanno punti di riferimento per poterlo disegnare nell'altra parte del foglio. A qualcuno sicuramente verrà in mente di appoggiare il foglio sul vetro della finestra per poter ricalcare il poligono, una soluzione che può essere efficace.

Invitiamo ora a trovare una nuova strategia, indirizzando l'attenzione ai materiali messi a disposizione. Gli allievi si chiederanno a cosa servono le puntine e i pezzi di cartone, lasciamoli sperimentare!

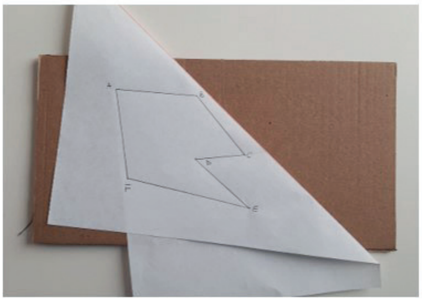
Se necessario, suggeriamo di disegnare un poligono su una metà del foglio, poi di piegare il foglio lungo l'asse di simmetria, in modo che la figura disegnata resti visibile, e di praticare con la puntina un foro su ogni vertice del poligono, appoggiando il lavoro sopra il cartone da imballaggio, in modo che la puntina possa forare il foglio senza danneggiare il tavolo ed senza correre il rischio che qualcuno si faccia male. A questo punto riapriamo il foglio e disegniamo il poligono unendo i buchini ottenuti con dei segmenti, che rappresentano i vertici del poligono simmetrico.

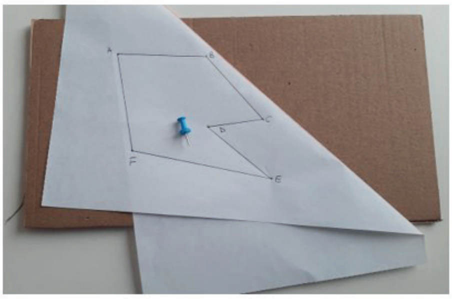


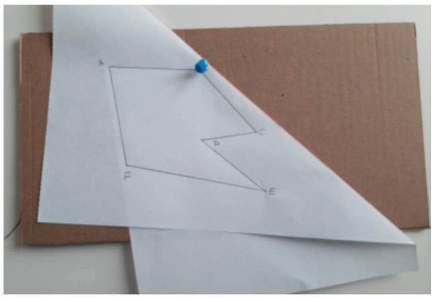


Poligoni simmetrici con vertici "bucati".

Invitiamo le allieve e gli allievi a osservare i due poligoni ottenuti e a individuare i vertici simmetrici con lo stesso colore e a cambiare colore per ogni vertice, oppure a nominarli con le lettere nel seguente modo: A – A^1, B – B^1, C – C^1, e così via.
Proponiamo di fare diverse prove: si piegano altri fogli lungo una diagonale, lungo la mediana di maggiore lunghezza, in altre posizioni e si disegnano diversi tipi di poligoni (convessi e concavi): triangoli, quadrilateri, pentagoni, esagoni....

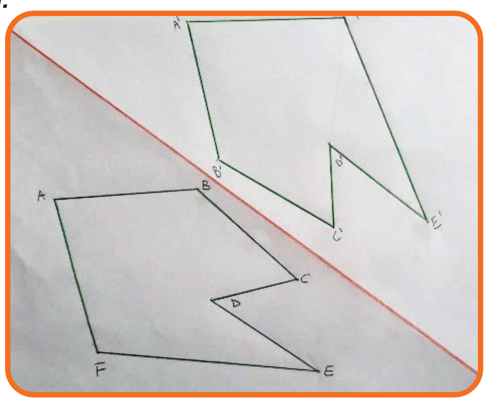


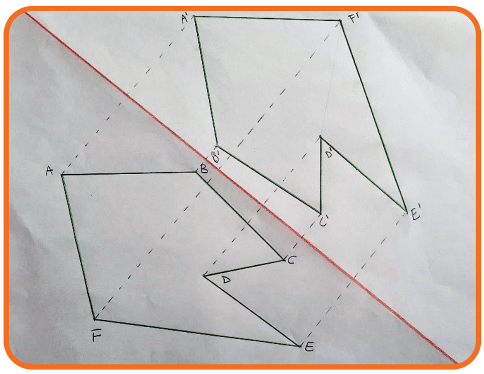




Poligoni simmetrici su fogli bianchi.

Dopo alcune prove, osserviamo insieme tutti i poligoni simmetrici costruiti, cercando di scoprire alcune regolarità e sollecitando l'osservazione attraverso domante guida del tipo: «Che cosa si nota osservando l'ordine delle lettere che indicano i vertici della figura ABCDEF e l'ordine delle lettere della figura simmetrica $A^1B^1C^1D^1E^1F^1$?»; «Che relazione c'è tra la lunghezza dei lati e l'ampiezza degli angoli delle due figure corrispondenti?»; «Congiungendo i vertici simmetrici con dei segmenti che cosa si osserva?»; «Come sono tra loro i segmenti tracciati?».



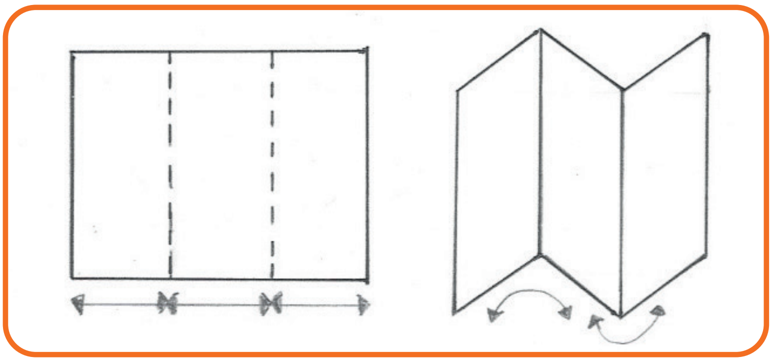


Relazioni tra poligoni simmetrici su fogli bianchi.

Scopriremo che la figura $A^1B^1C^1D^1E^1F^1$ è congruente alla figura ABCDEF: non variano le sue misure, ma è ribaltata, come se fosse stata girata una pagina di un libro. Dunque, mentre le lettere di ABCDEF si percorrono in senso orario, le lettere di $A^1B^1C^1D^1E^1F^1$ si percorrono in senso antiorario. I segmenti che uniscono i vertici corrispondenti di figure simmetriche sono tra loro paralleli e perpendicolari all'asse di simmetria.

Una nuova trasformazione: la traslazione

Consegniamo a ogni allieva e allievo un foglio A4 e chiediamo di piegarlo due te in direzione opposta come mostrato figura, in modo da ottenere due pieghe rallele e tre parti del foglio delle stesse dimensioni (piegatura a zeta).

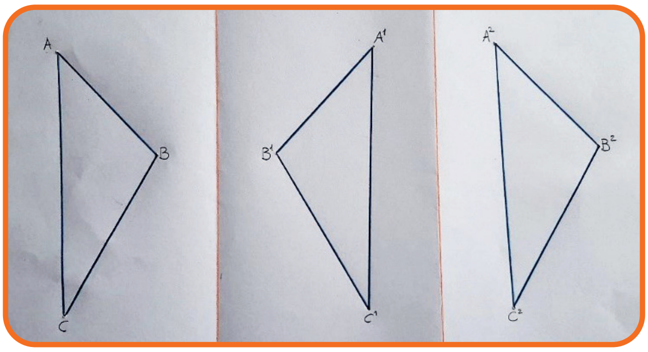


Piegatura di un foglio tramite due pieghe parallele.

Mantenendo il foglio piegato e appoggiandolo sopra a un pezzetto di cartone, con una puntina si praticano tre fori che corrispondono ai vertici di un triangolo.

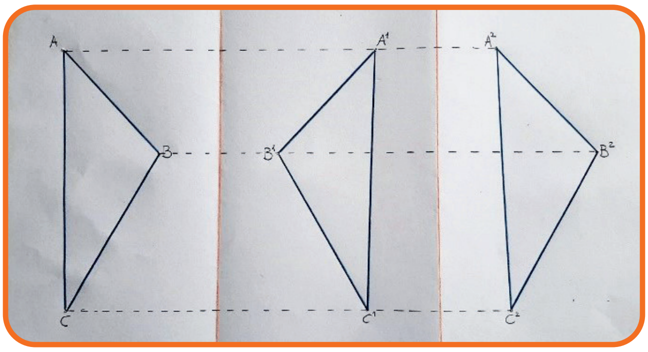
Fori praticati su un foglio piegato.

Si riapre il foglio e si tracciano i segmenti che uniscono i fori nelle tre parti, individuando così tre triangoli simmetrici uno all'altro.



Rappresentazione dei tre triangoli l'un l'altro simmetrico.

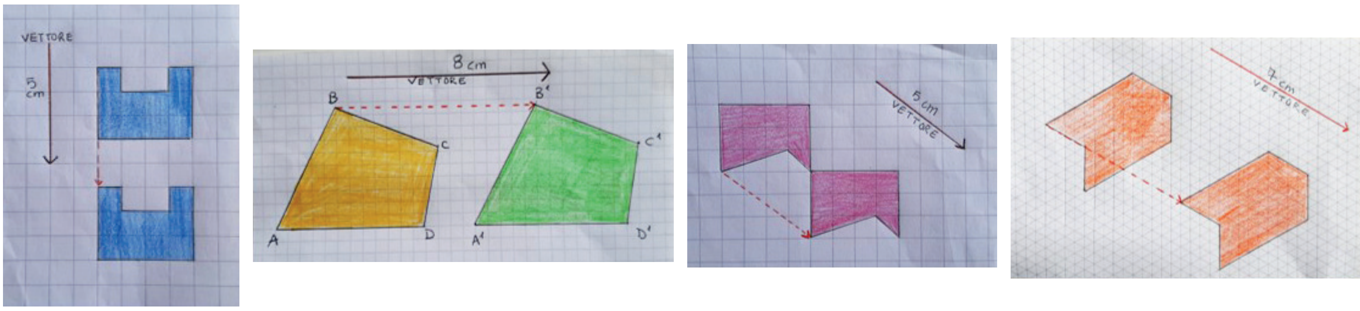
Indichiamo con le lettere i vertici dei tre triangoli: il primo ABC, il secondo $A^1B^1C^1$ e il terzo $A^2B^2C^2$. Si osserva che il secondo è simmetrico al primo e il terzo è simmetrico al secondo, però il terzo non è simmetrico al primo, ma è come "scivolato" nella terza parte del foglio. **Attraverso la composizione di due simmetrie assiali con assi paralleli, si è quindi ottenuta una nuova trasformazione che si chiama traslazione.**



Triangoli simmetrici e traslati.

Confrontiamo ora i triangoli ABC e $A^2B^2C^2$ per scoprire che legame c'è tra le lunghezze dei lati e le ampiezze degli angoli corrispondenti: continuano a rimanere invariate. Inoltre, noteremo che le lettere delle due figure sono scritte nello stesso verso orario.

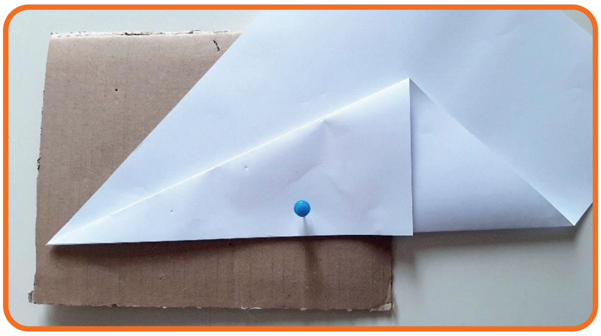
Chiediamo di tracciare i segmenti che uniscono i vertici A e A^2, B e B^2, C e C^2 e di misurali: si noterà che sono tutti della stessa lunghezza. A questo punto possiamo introdurre il termine “vettore” che individua la direzione, il verso e la lunghezza della traslazione. I vettori AA^2, BB^2, CC^2 sono paralleli, hanno tutti la stessa lunghezza e lo stesso verso: dunque, uno qualsiasi di essi rappresenta la traslazione. Per determinare una traslazione è quindi sufficiente avere una figura di partenza e un vettore; è possibile proporre attività su fogli a quadretti o su altri tipi di carte, assegnando una figura di partenza e un vettore e chiedendo di disegnare le figure traslate.



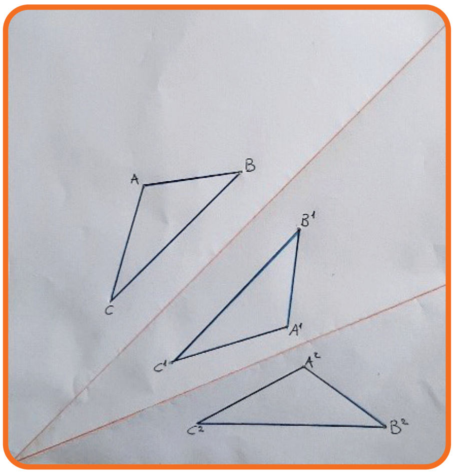
Poligoni traslati secondo un vettore.

Una nuova trasformazione: la rotazione

Consegniamo ad ognuno un foglio A4 e chiediamo di piegarlo facendo coincidere il lato più corto con il lato più lungo, individuando così la bisettrice dell’angolo retto. Poi, riportiamo il lato più corto sulla piegatura (bisettrice dell’angolo di 45°). Mantenendo il foglio piegato, con la puntina da bacheca praticheremo tre fori che rappresentano i vertici di un triangolo.



Piegature del foglio incidenti tra loro.



Triangoli su fogli con pieghe incidenti.

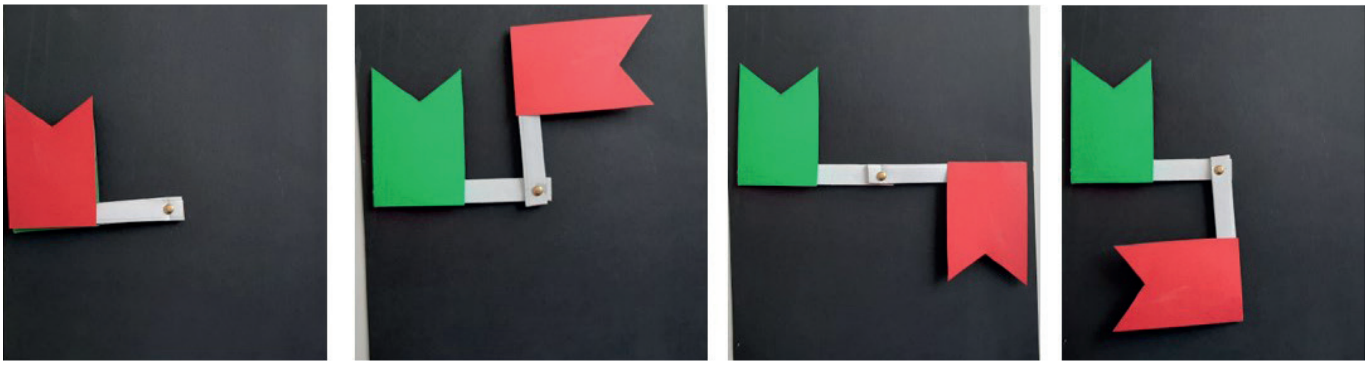
Riapriamo il foglio che è stato così diviso in tre parti e con un righello e una matita colorata disegniamo i tre triangoli, tracciando i segmenti che uniscono i vertici consecutivi rappresentati dai fori in ogni parte del foglio. Con un pastello tracciamo anche i segmenti che rappresentano le piegature e che noteremo essere incidenti tra loro.

Come nell’attività precedente, indichiamo con le lettere i vertici dei tre triangoli: il primo ABC, il secondo $A^1B^1C^1$ e il terzo $A^2B^2C^2$ e procediamo all’osservazione. Anche in questo caso il secondo triangolo è simmetrico al primo, il terzo triangolo è simmetrico al secondo, mentre il terzo triangolo non è simmetrico rispetto al primo. Inoltre, le lettere dei vertici del terzo triangolo hanno lo stesso verso del primo, si percorrono sempre in senso orario.

Invitiamo allieve ed allievi a osservare che gli assi di simmetria in questo caso non sono paralleli come nell'attività precedente, ma sono incidenti in un punto; **la composizione di due simmetrie assiali con assi incidenti genera una trasformazione detta rotazione**. Il terzo triangolo è infatti ruotato rispetto al primo. **Il punto di incidenza degli assi di simmetria è detto centro di rotazione.**

Rotazioni con figure su listelli di cartoncino

Per osservare le rotazioni si può costruire uno strumento con un cartoncino A4, dei listelli di cartoncino rigido (lunghezza 9 o 10 cm) e un fermacampione. Consegniamo il materiale a ciascuna allieva e a ciascun allievo. Foriamo con un punteruolo i due listelli di cartoncino a un'estremità e il foglio di cartoncino al centro, quindi inseriamo il fermacampione nel foro per costruire una specie di orologio: i due listelli rappresentano le lancette. Disegniamo e ritagliamo due poligoni congruenti e fissiamo ciascuno di essi su una lancetta con un pezzetto di nastro carta (in modo che si possano staccare e sostituire facilmente).
Il fermacampione rappresenta il centro di rotazione, l'apertura delle lancette rappresenta l'angolo di rotazione e il verso di rotazione può essere orario oppure antiorario.
Tenendo ferma una lancetta, facciamo ruotare l'altra e osserviamo la rotazione che subisce il poligono.

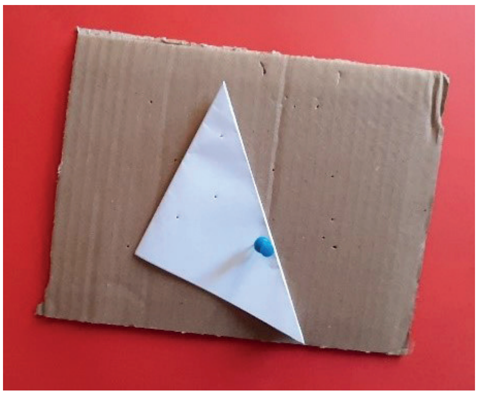


Poligoni ruotati.

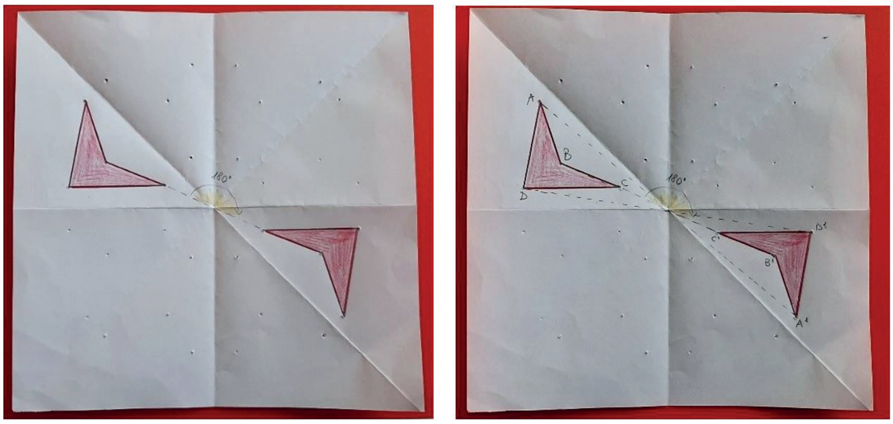
Si noterà che restano invariati la forma, le lunghezze dei lati, le ampiezze degli angoli del poligono: quindi anche la rotazione è una isometria, e non cambia neppure il verso di percorrenza dei vertici.
Poiché ciascuna allieva e ciascun allievo ha a disposizione il proprio strumento, possiamo sperimentare rotazioni con diverse figure e diversi angoli di rotazione. A conclusione del lavoro, chiediamo di rappresentare su fogli a quadretti le rotazioni di alcuni poligoni, usando gli strumenti necessari (righello e goniometro).

Una nuova trasformazione: la simmetria centrale

Prendiamo un foglio quadrato e facciamo in modo che le pieghe coincidano con le mediane e con le diagonali del quadrato. Poi riapriamo il foglio e pieghiamolo lungo la diagonale, ottenendo un triangolo rettangolo isoscele; pieghiamolo poi ancora a metà seguendo le tracce delle piegature precedenti e di nuovo a metà, così da ottenere nuovamente un triangolo. Mantenendo il foglio piegato andremo a praticare quattro fori che individuano i vertici di un quadrilatero.



Riapriamo il foglio e, in una delle parti triangolari, disegniamo il quadrilatero unendo i vertici consecutivi con dei segmenti. Successivamente, saltiamo tre parti triangolari lasciandole vuote e nella quarta parte disegniamo il quadrilatero. Si è così ottenuta una rotazione del quadrilatero di 180°.

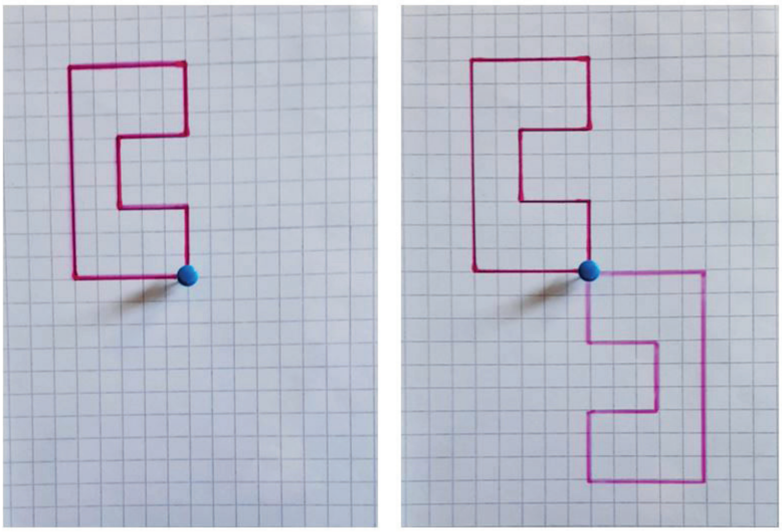


Quadrilateri ruotati di 180°.

Con questa rotazione si ottengono due quadrilateri con i vertici corrispondenti simmetrici rispetto al centro di rotazione. Si tratta di una nuova trasformazione che si chiama simmetria centrale.
Guidiamo ora le allieve e gli allievi all'osservazione per individuare cosa cambia e cosa resta invariato. Chiediamo: «Le figure corrispondenti sono congruenti?»; «Le lettere dei vertici delle due figure corrispondenti sono scritte nello stesso verso?»; «Quali differenze ci sono tra la simmetria assiale e la simmetria centrale?».

Simmetria centrale con fogli trasparenti

Un'altra coinvolgente attività per osservare la simmetria centrale è basata sull'uso di fogli trasparenti. Sono necessari dei fogli a quadretti, delle puntine da bacheca, dei fogli da lucido, dei pennarelli indelebili e dei pezzi di cartone da imballaggio.
Chiediamo di disegnare un poligono a piacere su un foglio quadrettato, di appoggiarvi sopra il foglio trasparente, di fissarlo con due pezzetti di nastro carta e di riprodurre il poligono sul foglio trasparente. In seguito, appoggeremo il lavoro su un cartone, posizioneremo una puntina su un vertice del poligono, toglieremo il nastro adesivo che teneva uniti i due fogli e faremo ruotare il foglio trasparente, fino alla rotazione di 180°.



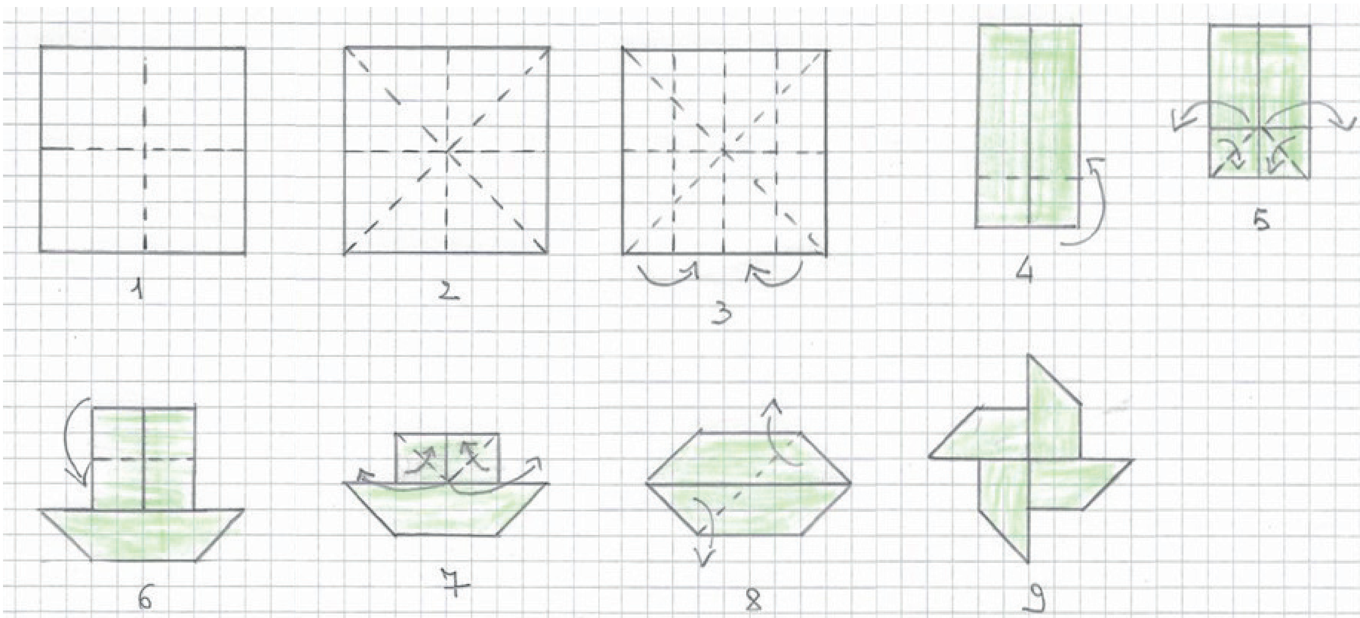
Simmetria centrale con fogli trasparenti.

Utilizzando un righello o una squadra, possiamo verificare che i punti dei due poligoni congruenti che si corrispondono sono simmetrici rispetto al centro di rotazione rappresentato dalla puntina.

Costruiamo una girandola

La costruzione della girandola con la tecnica degli origami e la sua rappresentazione consentono di osservare e sperimentare la simmetria centrale in modo giocoso.

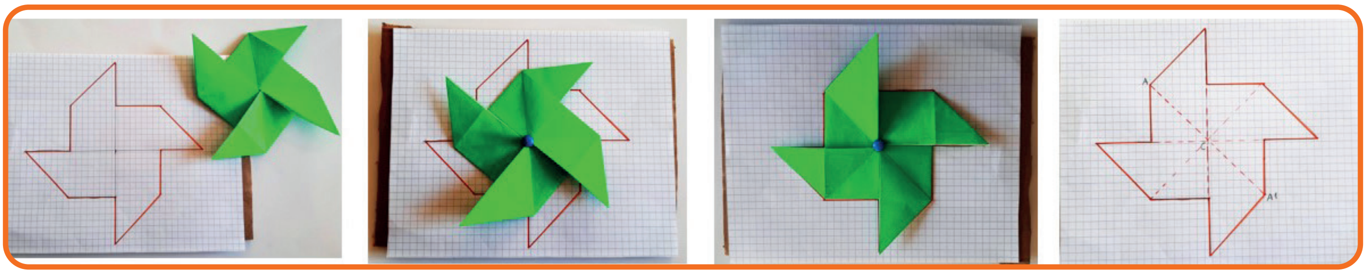
Consegniamo a ogni allieva e allievo un foglio quadrato (oppure otteniamo il quadrato da un foglio rettangolare) e guidiamo la costruzione della girandola come indicato nella scheda "La simmetria centrale" del materiale "MaMa" (https://mama.edu.ti.ch/wp-content/uploads/2023/11/15.020_IV-V_Trasformazioni-geometriche_Simmetrie_La-simmetria-centrale.pdf). Le istruzioni possono essere riprodotte dalle allieve e dagli allievi.



Istruzioni per realizzare la girandola con la tecnica degli origami riprodotte da un'allieva.

Una volta costruita, chiediamo di riprodurre la girandola su un foglio quadrettato, poi disponiamo sopra a un cartone il foglio con la riproduzione della girandola insieme alla girandola e fissiamo con una puntina al centro. Si individua un vertice di riferimento e, facendo ruotare la girandola, si osserva che si sovrappone esattamente alla riproduzione sul foglio ogni 90°, dunque anche oltre 180°.

Chiediamo ora di individuare nella rappresentazione il centro di simmetria e i punti simmetrici corrispondenti.

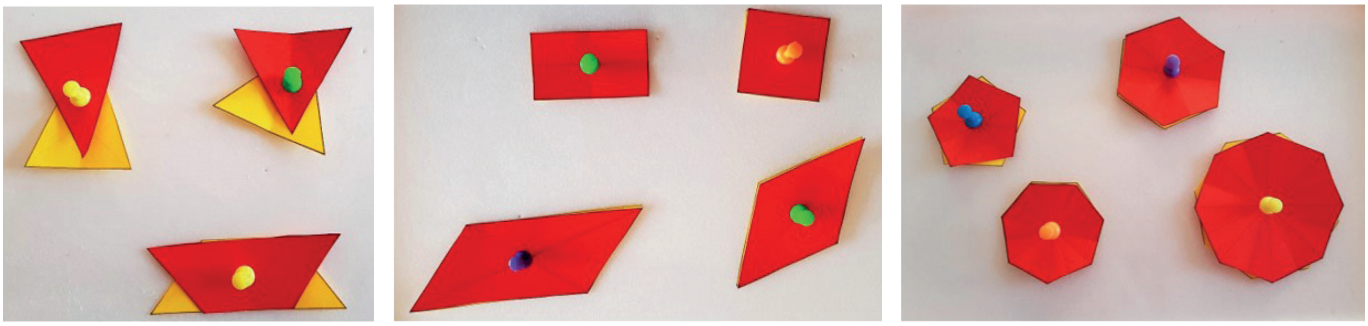


Girandola e sua rappresentazione.

Centro di simmetria e centro di rotazione nei poligoni

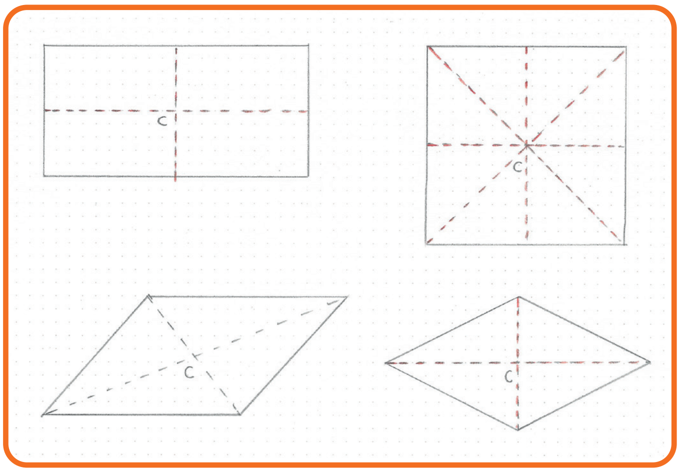
Riprendiamo i poligoni nei quali sono stati disegnati gli assi di simmetria, oppure ritagliamone altri, e chiediamo di stabilire in quali è possibile individuare un centro di simmetria per poi segnarlo con un pastello. Per verificare le proprie ipotesi, allieve e allievi possono ritagliare delle coppie di poligoni congruenti che vanno fissati con una puntina su un cartone o su un vassoio di polistirolo e poi proce-

dere in questo modo: un poligono va tenuto fermo e l'altro si fa ruotare di 180°. La stessa attività può essere proposta con poligoni rappresentati su carta da lucido e poligoni di cartoncino che ruotano l'uno attorno all'altro.
Si potrà così verificare che **i vari tipi di triangoli e i trapezi, non possiedono centri di simmetria, perché dopo una rotazione di 180° i due poligoni non si sovrappongono, mentre i parallelogrammi, i rettangoli, i rombi e i quadrati possiedono centri di simmetria**.



Alla ricerca di centri di simmetria.

Si può osservare che **il punto di incontro degli assi di simmetria dei rettangoli, dei rombi e di tutti i poligoni regolari con più di tre lati, rappresenta il centro di simmetria del poligono**. **Per i parallelogrammi, invece, il centro di simmetria è rappresentato dal punto di incontro delle due diagonali**, anche se queste non sono assi di simmetria. I poligoni possono essere riprodotti sul quaderno e in ciascuno di essi si indica il centro di simmetria.

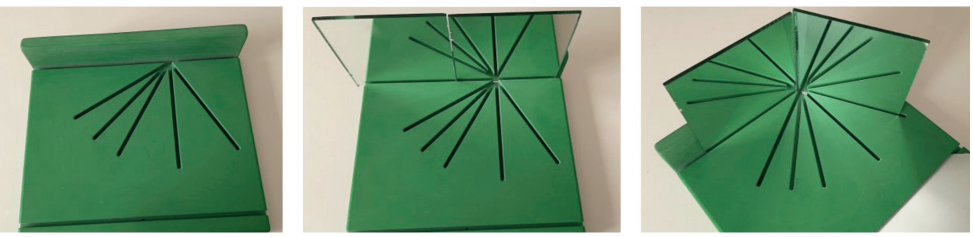


Centri di simmetria di quadrilateri.

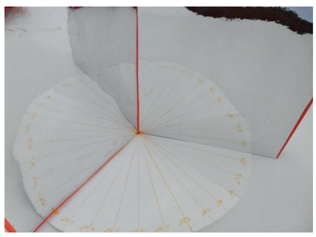
Si può anche osservare che **ci sono poligoni che non hanno un centro di simmetria, ma hanno però un centro di rotazione**. Questo avviene quando il poligono coincide con sé stesso dopo una certa rotazione di una qualsiasi ampiezza. Per esempio, il triangolo equilatero ha un centro di rotazione, infatti ogni 120° (360° : 3) i due triangoli si sovrappongono l'uno sull'altro. È dunque possibile andare a caccia di centri di rotazione nei vari poligoni.

Un gioco di specchi e angoli

Per questa attività sono necessari un goniometro e due specchi veri o realizzati con la carta specchio adesiva incernierati l'uno con l'altro o inseriti in una base a incastro.



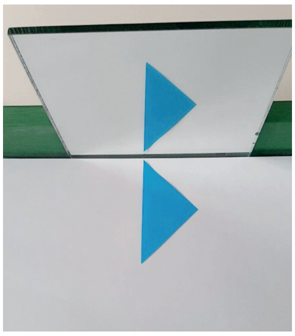
Base con specchi a incastro.



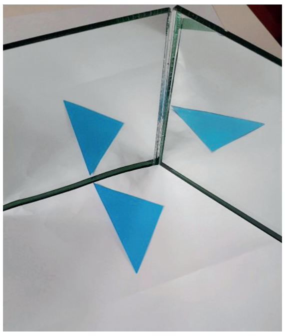
Foglio di cartoncino con carta a specchio adesiva e goniometro costruito con cartoncino.

Se si ha materiale sufficiente, possiamo formare delle coppie e assegnare a ciascuna due specchi incernierati l'uno con l'altro, un goniometro e dei poligoni di cartoncino ritagliati. Altrimenti metteremo a disposizione il materiale e le allieve e gli allievi lavorano a turno in coppia.

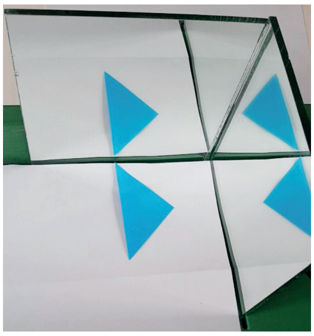
Scegliamo un poligono e posizioniamolo davanti agli specchi, iniziando con gli specchi disposti in modo da formare un angolo di 180°, quindi proponiamo di diminuire l'ampiezza dell'angolo formato dagli specchi e osserviamo il fenomeno che si crea. Dopo alcune prove svolte liberamente, fissiamo l'apertura degli specchi con un angolo di 120°, poi di 90°, poi di 60°.



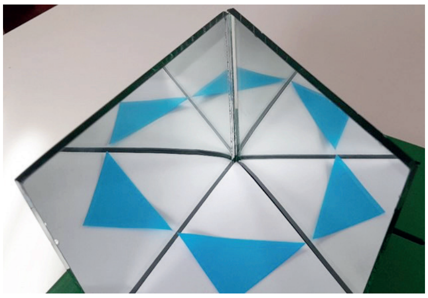
Specchi disposti con apertura dell'angolo di 180°.



Specchi disposti con apertura dell'angolo di 120°.

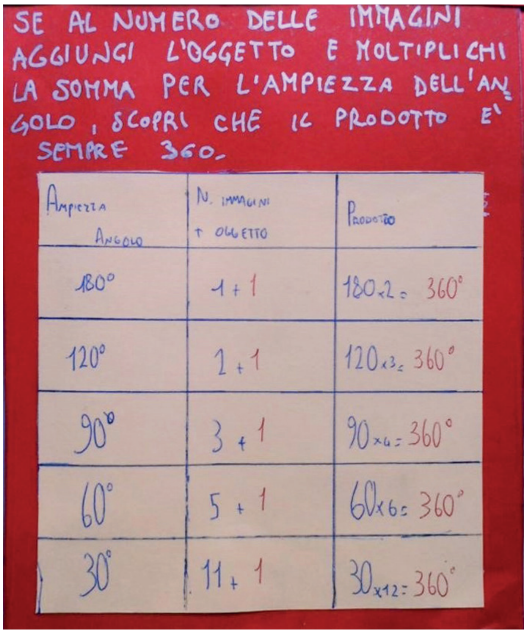


Specchi disposti con apertura dell'angolo di 90°.



Specchi disposti con apertura dell'angolo di 60°.

Di volta in volta chiediamo di prevedere il numero di poligoni che si visualizzeranno. Li potremo quindi contare, sollecitando l'attenzione sull'ampiezza dell'angolo di apertura degli specchi. Possiamo raccogliere i dati alla lavagna per giungere alla seguente relazione: **il numero dei poligoni visibili, considerando sia quello reale sia quelli riflessi, moltiplicato per l'angolo di apertura degli specchi, dà sempre 360°**. È possibile quindi prevedere quanti poligoni si potranno contare variando di volta in volta gli angoli di apertura degli specchi.



SE AL NUMERO DELLE IMMAGINI AGGIUNGI L'OGGETTO E MOLTIPLICHI LA SOMMA PER L'AMPIEZZA DELL'ANGOLO, SCOPRI CHE IL PRODOTTO E' SEMPRE 360.

Ampiezza Angolo	N. immagini + oggetto	Prodotto
180°	1 + 1	180x2 = 360°
120°	2 + 1	120x3 = 360°
90°	3 + 1	90x4 = 360°
60°	5 + 1	60x6 = 360°
30°	11 + 1	30x12 = 360°

Tabella realizzata dagli allievi.

Obiettivi di apprendimento

- Descrivere, denominare e classificare figure geometriche, identificando elementi significativi e simmetrie, anche al fine di farli riprodurre ad altri.
- Riprodurre una figura in base a una descrizione, utilizzando gli strumenti opportuni (carta a quadretti, riga, compasso, squadre, software di geometria).
- Costruire e utilizzare modelli materiali nello spazio e nel piano come supporto a una prima capacità di visualizzazione.
- Riconoscere figure ruotate, traslate e riflesse.
- Confrontare e misurare angoli utilizzando proprietà e strumenti.
- Utilizzare e distinguere fra loro i concetti di perpendicolarità, parallelismo, orizzontalità, verticalità.

Durata del percorso

- **Assi di simmetria dei triangoli e dei quadrilateri**: 1 ora
- **Assi di simmetria dei poligoni regolari**: 1 ora
- **Simmetria assiale su diversi tipi di carte**: 1 ora
- **Poligoni simmetrici con vertici “bucati”**: 1 ora
- **Una nuova trasformazione: la traslazione**: 1 ora
- **Una nuova trasformazione: la rotazione**: 1 ora
- **Rotazioni con figure su listelli di cartoncino**: 1 ora
- **Una nuova trasformazione: la simmetria centrale**: ½ ora
- **Simmetria centrale con fogli trasparenti**: ½ ora
- **Costruiamo una girandola**: 1 ora
- **Centro di simmetria e centro di rotazione nei poligoni**: 1 ora
- **Un gioco di specchi e angoli**: 1 ora
- **Durata complessiva**: circa 11 ore.

Materiali

- **Assi di simmetria dei triangoli e dei quadrilateri**: fogli di carta formato A6 (¼ del formato A4); riga e squadra; forbici; matite, matite colorate o pennarelli; colla stick; specchi veri o costruiti con carta adesiva specchio attaccata su cartoncini robusti.
- **Assi di simmetria dei poligoni regolari**: poligoni di carta colorata o cartoncino già ritagliati; riga, squadra, fogli quadrettati.
- **Simmetria assiale su diversi tipi di carte**: alcuni disegni già pronti su vari tipi di carte in numero sufficiente per tutti gli allievi; fogli di carta isometrica di vari tipi (si possono stampare diversi tipi di carte dal supporto “Carta isometrica” del materiale “MaMa” https://mama.edu.ti.ch/materiali-didattici/materiale-didattico/?ds_id=1212); righelli; matite e matite colorate; specchi veri o costruiti con carta adesiva specchio attaccata su cartoncini robusti.
- **Poligoni simmetrici con vertici “bucati”**: fogli di carta A5 (½ del formato A4), o più grandi se si preferisce; puntine da bacheca; pezzi di cartone da imballaggio del formato minimo 15 cm × 20 cm; riga e squadra; matite e matite colorate; specchi veri o costruiti con carta adesiva specchio attaccata su cartoncini robusti.
- **Una nuova trasformazione**: la traslazione: fogli di carta A4; puntine da bacheca; pezzi di cartone da imballaggio (circa 15 cm × 20 cm); riga e squadra; matite e matite colorate; specchi veri o costruiti con carta adesiva specchio attaccata su cartoncini robusti; fogli di carta isometrica di vario tipo.
- **Una nuova trasformazione**: la rotazione: fogli di carta A4; puntine da bacheca; pezzi di cartone da imballaggio (circa 15 cm × 20 cm); riga e squadra; matite e matite colorate; specchi veri o costruiti con carta adesiva specchio attaccata su cartoncini robusti.
- **Rotazioni con figure su listelli di cartoncino**: cartoncini abbastanza robusti formato A4, uno per ogni allieva/o; 2 listelli di cartoncino rigido (lunghezza 9 o 10 cm, larghezza circa 1,5 cm) per ogni allieva/o; un fermacampione per ogni allieva/o; carta colorata o cartoncino per costruire i poligoni; nastro carta; riga, squadra, goniometro; fogli quadrettati.
- **Una nuova trasformazione**: la simmetria centrale: fogli di carta A4; puntine da bacheca; pezzi di cartone da imballaggio (circa 15 cm × 20 cm); riga e squadra; matite e matite colorate; specchi veri o costruiti con carta adesiva specchio attaccata su cartoncini robusti.

- **Simmetria centrale con fogli trasparenti**: fogli quadrettati; fogli trasparenti di acetato (vanno bene anche ritagliati dalle buste portadocumenti trasparenti); matite, pennarelli; pennarelli indelebili; riga, squadra, goniometro; puntine da bacheca; pezzi di cartone da imballaggio (circa 15 cm × 20 cm).
- **Costruiamo una girandola**: fogli di carta per origami 15 cm × 15 cm o fogli di carta A4 colorati da cui ricavare i quadrati (uno per ogni allieva/o); puntine da bacheca; fogli quadrettati; cartone da imballaggio (circa 15 cm × 20 cm); matite e matite colorate; pennarelli; riga, squadra, goniometro.
- **Centro di simmetria e centro di rotazione nei poligoni**: poligoni da ritagliare stampati su carta di due colori; forbici; puntine da bacheca; cartone da imballaggio oppure vassoi di polistirolo; riga, squadra, goniometro; matite e matite colorate.
- **Un gioco di specchi e angoli**: due specchi incernierati (veri o costruiti con carta specchio incollata su cartoncino); fogli di carta bianca e colorata; forbici; matite e matite colorate; riga, squadra, goniometro.

Per tutte le attività è opportuno avere a disposizione un monitor interattivo (*digital board*) o una LIM per facilitare la condivisione dei materiali.

Per saperne di più

Cottino L., Gualandi C., Nobis C., Ponti A., Ricci M., Sbaragli S., Zola L. (2023). *Geometria*. Bonomo editore.

Fandiño Pinilla M.I., Sbaragli S. (2001). *Matematica di base per insegnanti in formazione*. Pitagora Editrice.

Foresti I., Sangiorgi M. C. (2023). *Trasformazioni geometriche*. Bonomo editore.

Sbaragli, S., Barbero, M., Crivelli, L., Di Domenico A., Franchini, E., Magnone, S., Mina, C., Panero, M., & Poretti, C. (2022). *I quadrilateri e le loro classificazioni. MaMa: matematica per la scuola elementare – Geometria*. Dipartimento dell'educazione, della cultura e dello sport. https://mama.edu.ti.ch/materiali-didattici/materiale-didattico/?ds_id=1231.

Sbaragli, S., Barbero, M., Crivelli, L., Di Domenico A., Franchini, E., Magnone, S., Mina, C., Panero, M., & Poretti, C. (2022). Trasformazioni geometriche. MaMa: matematica per la scuola elementare – Geometria. Dipartimento dell'educazione, della cultura e dello sport.

Sitografia

Piattaforma "MaMa – Matematica per la scuola elementare" - https://mama.edu.ti.ch/.

* Lorella Campolucci è *coordinatrice del gruppo Matematica in Rete (MiR) di Corinaldo (AN); già docente presso la scuola primaria "A. Api" di Ostra Vetere - I.C. Corinaldo*.

* Silvia Sbaragli è *responsabile del Centro competenze Didattica della Matematica del Dipartimento formazione e apprendimento della SUPSI di Locarno, Svizzera*.