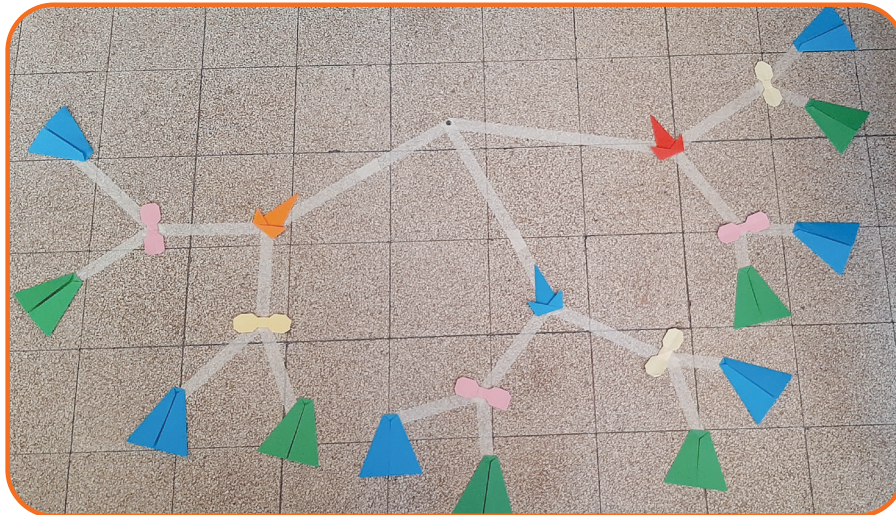


Combinatoria per i più grandi: situazioni moltiplicative

di Lorella Campolucci e Silvia Sbaragli

Per citazione: Campolucci L. & Sbaragli S. (2025). Combinatoria per i più grandi. Situazioni moltiplicative. Gaia Edizioni Scuola

<https://missioneinsegnante.it/2025/02/28/combinatoria-per-i-piu-grandi-situazioni-moltiplicative/>



1. Apprendista mago alla Festa d'inverno

Questa attività presenta una **proposta laboratoriale su una situazione moltiplicativa** che può essere introdotta dalla seguente breve storia.

Festa d'inverno alla scuola di magia

Alla scuola di magia è giunto l'atteso momento della Festa d'inverno.

Ogni anno gli apprendisti maghi si radunano in un'immensa aula illuminata da candele colorate e addobbata con splendidi decori.

Per partecipare alla festa, ogni giovane apprendista deve rispettare una regola fondamentale: indossare almeno un cappello da mago e un papillon. Cappelli e papillon devono essere di colori allegri e vivaci. I maghi possono indossare un cappello rosso o azzurro, e un papillon rosa o giallo.

Il giovane mago Scintillino (il suo vero nome è Lino, ma ormai tutti lo chiamano Scintillino) vuole essere unico e originale. Usando la sua gemma magica, insieme alla formula segreta del cambiacolore, durante la festa farà cambiare il colore del suo cappello o del suo papillon o di entrambi. In questo modo stupirà tutti perché avrà ogni volta un abbinamento diverso. Deve solo fare attenzione a non sbagliare i colori: rosso o azzurro per il cappello, rosa o giallo per il papillon!

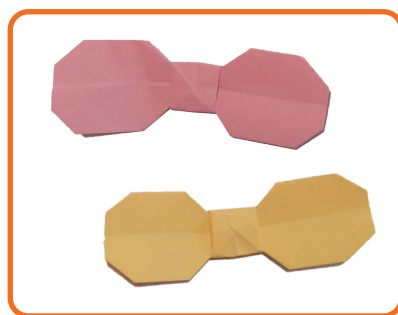
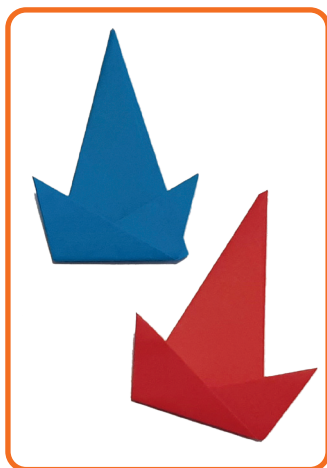
Sapreste dire quanti potranno essere tutti gli abbinamenti diversi di cappello e papillon che il mago Scintillino potrà creare?

Procediamo alla preparazione dei cappelli e dei papillon che il giovane mago apprendista dovrà indossare per la festa, seguendo la tecnica degli origami. Dopo aver formato gruppi di lavoro, con-

segniamo i materiali: ogni gruppo riceve l'incarico di costruire un mago, due cappelli e due papillon. Per realizzare il mago: si consegnano un foglietto quadrato bianco di lunghezza dei lati 12 cm e una stecchetta di legno di dimensioni 1,8 cm x 15 cm. Per i cappelli: si consegnano due foglietti quadrati di lunghezza dei lati 15 cm, di due colori diversi (azzurro e rosso); per i papillon due foglietti di dimensioni 7,5 cm x 15 cm, di due colori diversi (rosa e giallo).

Guidiamo la costruzione di tutti i materiali con l'aiuto delle immagini o dei tutorial:

- il mago (**Allegato n. 1 – Tutorial n. 1**),
- due cappelli (**Allegato n. 2 – Tutorial n. 2**)
- due papillon (**Allegato n. 3 – Tutorial n. 3**).



Il piccolo mago, i cappelli e i papillon.

Quando ogni gruppo avrà realizzato tutto il materiale, chiederemo di rappresentare tutti gli abbinamenti che si ottengono con due cappelli e due papillon, eventualmente senza far uso del materiale concreto. Inviteremo poi a verificare il lavoro con i modelli a disposizione. Le combinazioni possibili sono le seguenti quattro.



Rappresentazione delle possibili combinazioni con due colori di cappelli e due colori di papillon.

È importante valorizzare inizialmente le scelte spontanee di ciascuno e dare spazio alle spiegazioni delle allieve e degli allievi, senza imporre in modo univoco rappresentazioni convenzionali. Questo, infatti, potrebbe indurre ad adattarsi a queste proposte, senza comprenderne la reale efficacia.

Se in precedenza è stata svolta l'attività degli abbinamenti di magliette e di pantaloncini dal titolo "Come mi vesto", proposta in Combinatoria per i più piccoli. Parte seconda. (<https://missioneinsegnante.it/2025/01/21/combinatoria-per-i-piu-piccoli-parte-2/>), qualcuno potrebbe voler rappresentare questa situazione tramite **la tabella a doppia entrata**. Se ciò non avviene, questo tipo di rappresentazione potrebbe essere proposta dal docente dopo una prima fase più libera e creativa.

Rappresentazione degli abbinamenti tra cappelli e papillon tramite la tabella a doppia entrata.

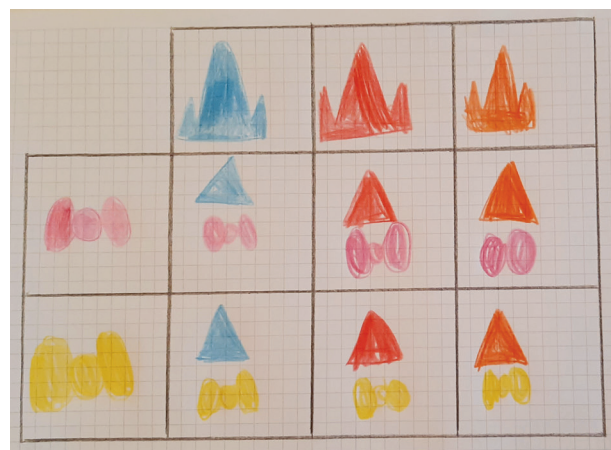


Le possibili combinazioni con tre colori di cappelli e due colori di papillon.

È poi possibile **formalizzare il procedimento utilizzato per individuare il numero delle diverse combinazioni tramite la moltiplicazione**: con 2 papillon e 2 cappelli si ottengono 4 combinazioni diverse ($2 \times 2 = 4$).

Gradatamente aumentiamo il numero di colori dei cappelli e/o dei papillon, per poi individuare tutte le possibili combinazioni: se, per esempio, si aggiunge il cappello arancione, ottenendo così 3 colori per i cappelli e 2 colori per i papillon, si avranno 6 combinazioni ($3 \times 2 = 6$).

Se le allieve e gli allievi sono ancora incuriositi dall'attività, possiamo stimolarli ulteriormente con richieste del tipo: «Se aggiungiamo ancora un cappello di un altro colore, quante combinazioni diverse possiamo ottenere?, E se aggiungiamo un papillon di un altro colore?, Come si trasforma la nostra tabella?».



Trasformazione della tabella con l'aggiunta di una colonna per le combinazioni con il cappello arancione.

2. Un mantello per il mago

Un mago senza mantello non è un vero mago!

Per completare l'abbigliamento del mago occorre aggiungere anche un bel mantello! Chiediamo, quindi, di ipotizzare in quanti modi diversi il nostro piccolo mago può abbinare mantelli di due colori, cappelli di tre colori e papillon di due colori. Formuliamo varie ipotesi da condividere con i compagni, in modo da alimentare il confronto e la discussione.



Esempio di rappresentazione spontanea dei 12 abbinamenti.

In seguito, consegniamo ad ogni gruppo due foglietti quadrati aventi lati di lunghezza 15 cm, di colore azzurro e verde, e procediamo a costruire i due mantelli, sempre con la tecnica degli origami (**Allegato n. 4 – Tutorial n. 4**). Con questi materiali sarà più facile verificare le proprie ipotesi iniziali.



I mantelli per il piccolo mago.

Provando e riprovando, si scoprirà che la tabella a doppia entrata per tre diversi indumenti non risulta funzionale; possiamo quindi suggerire, se nessun/a allievo/a la propone, la **rappresentazione tramite diagramma ad albero**. Se viene introdotta per la prima volta, è opportuno costruirla tutti insieme a terra: usiamo del nastro carta, i cappelli, i papillon e i mantelli costruiti, oppure dei disegni che li raffigurano.



Diagramma ad albero costruito a terra con cappelli, papillon e mantelli.



Mago con cappello, papillon e mantello.

Attraverso questa rappresentazione si possono individuare i **12 abbinamenti diversi ottenuti con 3 tipi di cappelli, 2 tipi di papillon e 2 tipi di mantelli**. Passiamo poi a rappresentare sul quaderno il diagramma ad albero costruito a terra e ad effettuare il confronto con le rappresentazioni spontanee emerse in precedenza, per coglierne meglio l'efficacia.

Il procedimento seguito può essere in seguito formalizzato tramite la seguente moltiplicazione: $3 \times 2 \times 2 = 12$.

Infine, ciascuna/o allieva/o potrà costruire il proprio piccolo mago, abbinando a piacere cappello, papillon e mettendogli sopra uno dei mantelli realizzati.

Possiamo anche concludere l'attività chiedendo alle allieve e agli allievi di **continuare la storia**: «*Che cosa succederà alla scuola di magia durante la festa? Chi incontrerà il giovane apprendista mago? Sarà una festa divertente?*». Oppure proponiamo di inventare nuove storie che avranno per protagonista il piccolo apprendista mago.

3. Crea il tuo menu: primo, contorno e dolce

Per svolgere questa attività sceglieremo dei cibi per creare dei menu, ma per farlo dobbiamo prima realizzare delle carte da gioco.

Consegniamo ad ogni allieva/o un foglio A4 bianco e chiediamo di piegarlo a metà lungo la mediana di minore lunghezza, poi ancora a metà nello stesso modo e ancora a metà. Quando riapriamo il

foglio, scopriremo che è stato diviso in 8 rettangoli di dimensioni 10,5 cm × 7,4 cm (formato A7), che andranno ritagliati per ottenere le carte. Mostriamo le immagini di 2 primi (risotto e tagliatelle), 2 contorni (insalata e patatine) e 2 dolci (fetta di torta e gelato) e chiediamo di disegnare su 6 carte una pietanza.

In alternativa, possiamo usare le carte allegate già pronte da fotocopiare e colorare (**Allegato n. 5**).



Le carte con le pietanze.

Una volta che avremo messo a disposizione le carte, invitiamo bambine e bambini a scegliere il proprio menu come se fossero al ristorante. Il menu dovrà essere composto da un primo, un contorno e un dolce.

Condividiamo i menu scelti, formiamo poi due squadre che dovranno individuare in 10 minuti quante e quali sono tutte le possibili scelte.

Potendo scegliere tra 2 primi, 2 contorni e 2 dolci, osserviamo se le allieve e gli allievi individuano un'analogia tra questa attività e quella precedente, così da arrivare a scoprire che l'operazione che permette di individuare il numero di combinazioni è: $2 \times 2 \times 2 = 8$.

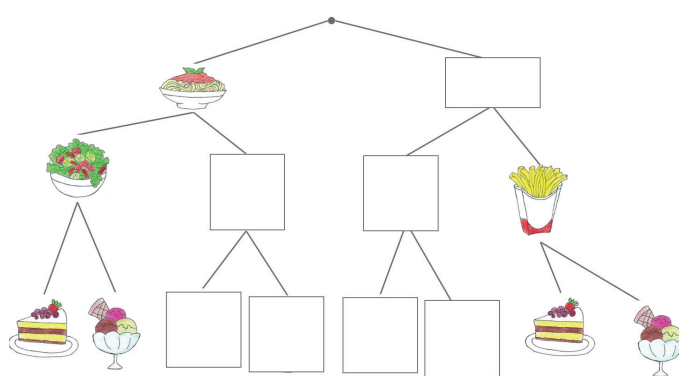
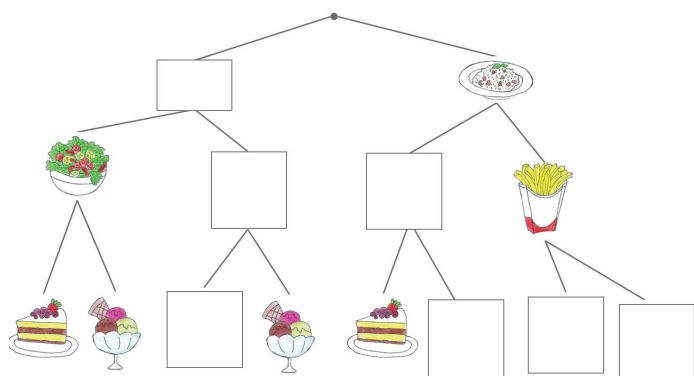
Chiediamo ora di elencare tutte le scelte, rappresentandole come si ritiene più opportuno.

Allo scadere dei 10 minuti controlliamo il numero e i tipi di combinazioni diverse trovate da ciascuna squadra e assegniamo la vittoria a chi ne ha individuate di più. Passeremo poi a elencare le diverse combinazioni trovate dalle due squadre in modo da riassumerle tutte:

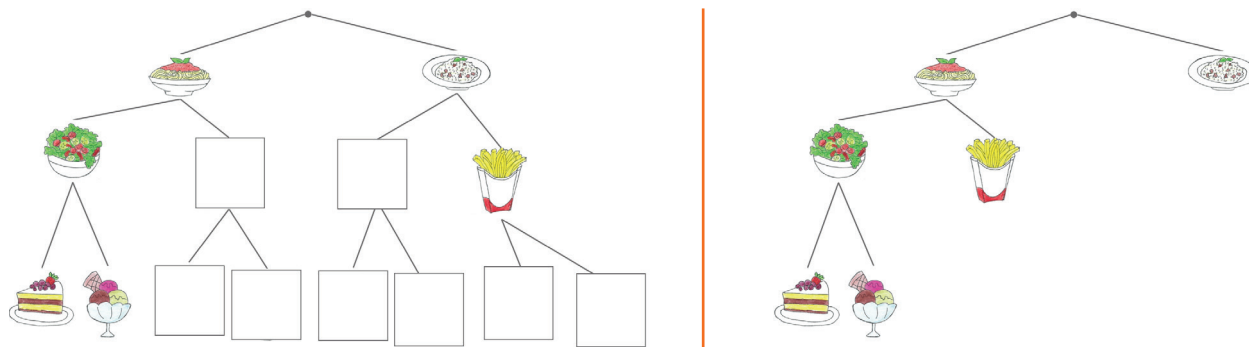
risotto – insalata – gelato
risotto – insalata- torta
risotto – patatine – gelato
risotto – patatine – torta

tagliatelle- insalata – gelato
tagliatelle – insalata- torta
tagliatelle – patatine – gelato
tagliatelle – patatine – torta

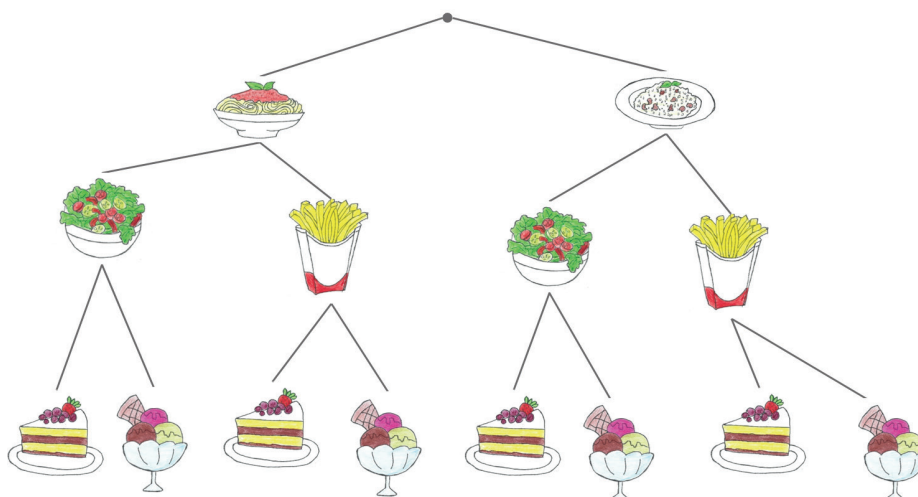
Proponiamo ora di **rappresentare sul quaderno tutti gli abbinamenti tramite un diagramma ad albero**. In caso di difficoltà: possiamo realizzarne uno tutti insieme a terra, usando le carte degli alimenti e del nastro carta, oppure presentare alla lavagna interattiva una parte del diagramma chiedendo alle allieve e agli allievi di disegnarlo e completarlo sul quaderno (**Allegato n. 6**).



Esempi di diagrammi da completare.



Esempi di diagrammi da completare.



I possibili menu rappresentati con il diagramma ad albero.

4. Una gustosa merenda

Preparare una merenda tutti insieme è sempre un'occasione molto piacevole che consente anche di sviluppare competenze matematiche, relazionali e collaborative. E allora... andiamo a **preparare dei panini!**

Procuriamoci dei piccoli panini da sandwich, in numero sufficiente a soddisfare le esigenze della classe, in modo da avere: 2 tipi diversi di pane (rotondi e lunghi), 3 tipi diversi di salumi (salame, prosciutto e mortadella) e 2 tipi diversi di verdure (pomodoro e foglie di insalata).

Prima di procedere alla preparazione dei panini, chiediamo di individuare quali e quanti panini diversi si possono preparare con gli ingredienti a disposizione.

Lasciamo che le allieve e gli allievi lavorino in coppie per individuare tutte le possibilità e rappresentarle in modo efficace. Il lavoro è analogo a quello proposto nelle precedenti attività e le allieve e gli allievi potrebbero, a questo punto, aver acquisito una maggiore autonomia e sicurezza nell'individuazione delle diverse combinazioni e nell'utilizzo di un criterio sistematico per creare un elenco completo e corretto di tutti i casi.

Attraverso il confronto tra i vari lavori si giungerà all'individuazione di tutte le possibilità:

panino tondo – salame – pomodoro
panino tondo – salame – insalata
panino tondo – prosciutto – pomodoro
panino tondo – prosciutto – insalata
panino tondo – mortadella – pomodoro
panino tondo – mortadella – insalata

panino lungo – salame – pomodoro
panino lungo – salame – insalata
panino lungo – prosciutto – pomodoro
panino lungo – prosciutto – insalata
panino lungo – mortadella – pomodoro
panino lungo – mortadella – insalata

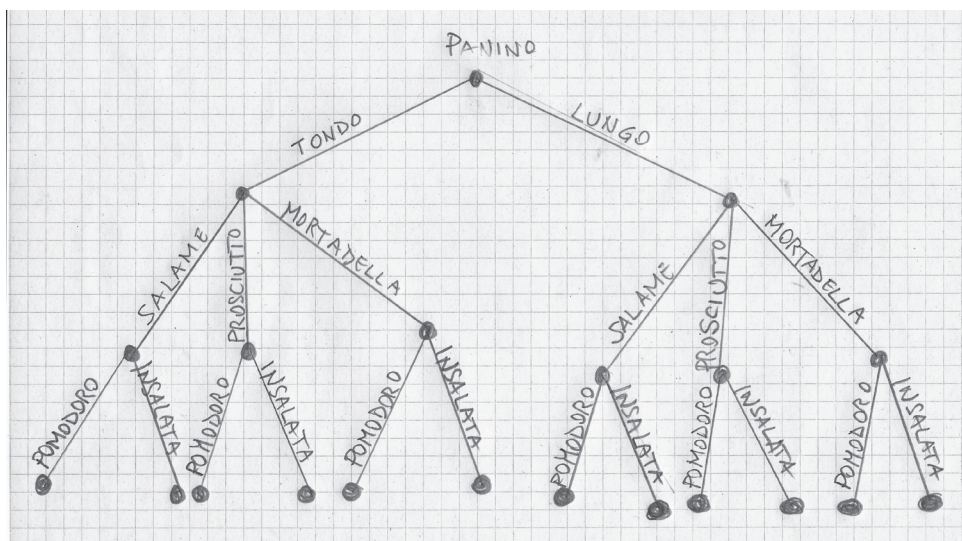


Diagramma ad albero dei tipi di panini.

Dopo aver individuato le 12 possibili combinazioni, chiediamo a ciascuno di scegliere il panino che preferisce. Raccogliamo i dati alla lavagna, poi scriviamo la lista della spesa con gli ingredienti necessari alla preparazione dei panini, evitando sprechi. Se a scuola è attiva una mensa che può farsi carico della fornitura degli ingredienti, consegniamo la lista della spesa all'addetta/o. Altrimenti, alcuni allievi (o l'insegnante, o il/la rappresentante dei genitori) possono assumere l'incarico di fare la spesa e di dividere l'importo speso in modo che ciascuno metta la sua parte.

In una lezione successiva, porteremo gli ingredienti a scuola, prepareremo i panini scelti dai ragazzi e li mangeremo tutti insieme.



Allieve e allievi durante la preparazione dei panini.

A conclusione di questa attività, sarà interessante osservare se allieve ed allievi riescono a individuare analogie con l'attività precedente.

5. Il mostro chiacchierone

Proponiamo ora la **costruzione di un mostro chiacchierone**, dotato di una grande bocca che si può aprire e chiudere, con un'attività laboratoriale che stimola diverse competenze legate alla matematica, alla lingua italiana, allo sviluppo della manualità e della creatività.

È necessaria innanzitutto una scatola di recupero a forma di prisma con due facce quadrate per ogni allieva/o, ottenibile utilizzando lo sviluppo presentato nell'**Allegato n. 7**.

Mettiamo inoltre a disposizione di allieve e allievi dei ritagli di carta colorata con i seguenti colori: viola, rosso, arancione, fuxia, verde, giallo, azzurro e verde chiaro.

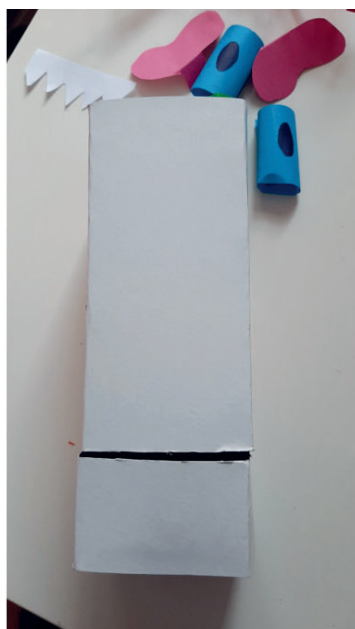
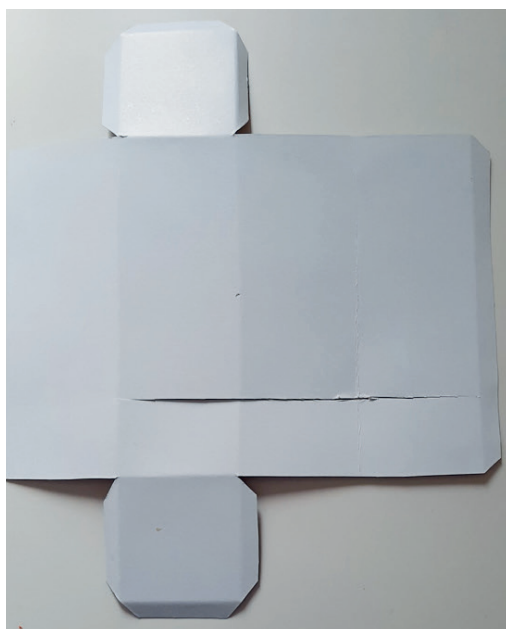


Ritagli di carta a disposizione.



Elementi per la decorazione del mostro.

Ogni allieva/o deve costruire e decorare il proprio mostro seguendo questi criteri: usare il viola o il rosso per i capelli; l'arancione o il fuxia per le orecchie; l'azzurro o il verde chiaro per gli occhi; il verde o il giallo per il naso.



Fasi di costruzione e decorazione del mostro (Allegato n. 8).

Quando ciascuna/o allieva/o avrà realizzato il proprio mostro, procederemo ad osservarli e a confrontarli: alcuni avranno alcuni elementi dello stesso colore e altri diversi (per esempio: due avranno lo stesso colore di capelli, ma non lo stesso colore di occhi, naso e orecchie). Successivamente conteremo i mostri diversi che sono stati ottenuti e chiederemo se sono state trovate tutte le possibili combinazioni o se si potrebbero eventualmente realizzare altri mostri diversi.

Dopo le attività precedenti le/gli allieve/i non avranno difficoltà a **individuare la moltiplicazione che permette di individuare il numero di combinazioni: $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$.**

Risulterà in seguito più complesso descrivere quali sono tutti i mostri diversi mancanti. Per riuscirci si potrebbero formare quattro gruppi e chiedere a ciascuno di provare a utilizzare le diverse modalità di rappresentazione (descrizione a parole; rappresentazione tramite tabella a doppia entrata; tramite il disegno; tramite il diagramma ad albero), per poi individuare quella più efficace.

Concluso il lavoro, si confrontano le diverse rappresentazioni, si integrano le combinazioni mancanti, si correggono gli eventuali errori e si riflette sulla strategia più efficace e sicura per individuare tutte le combinazioni possibili.

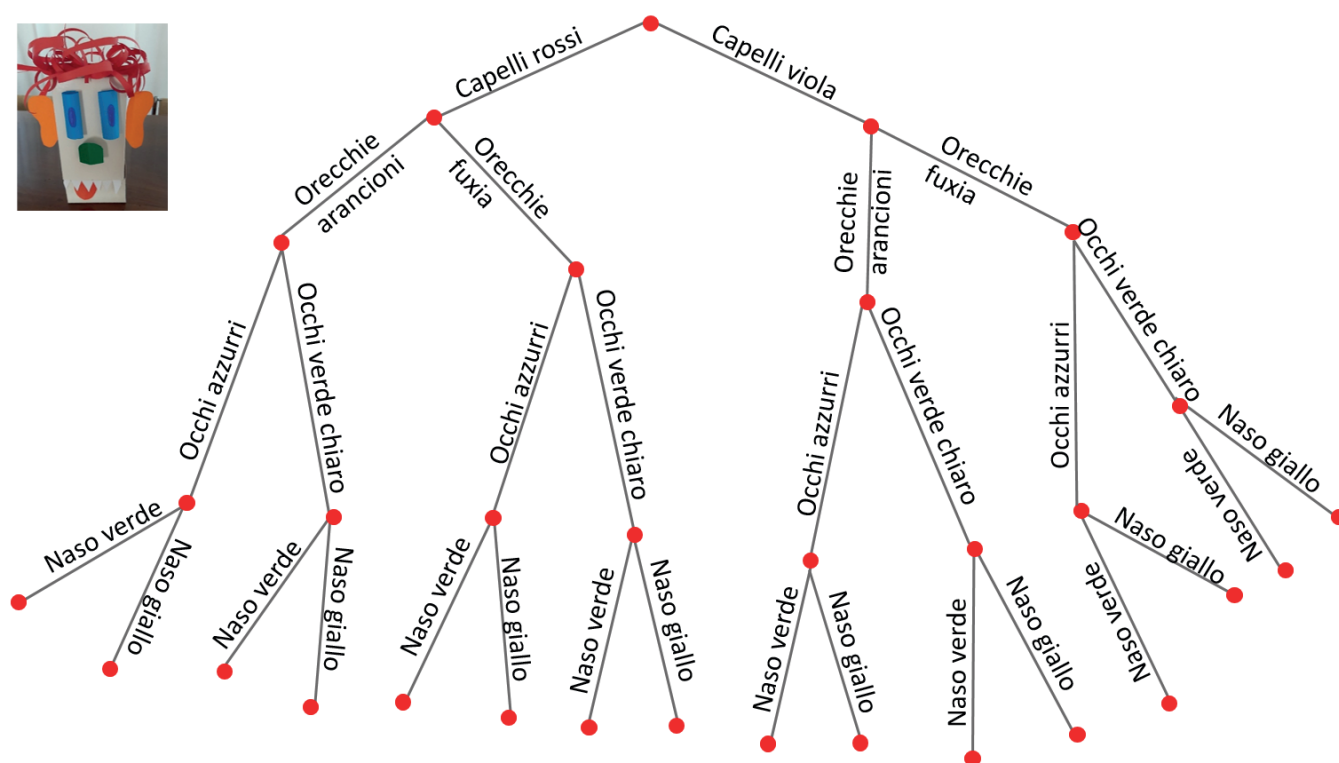


Diagramma ad albero delle combinazioni del mostro.

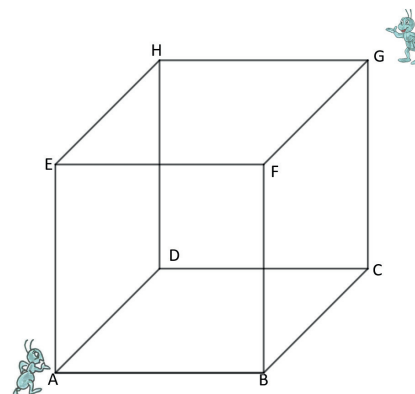
Come lavoro "italmatico" le allieve e gli allievi divisi a coppie possono far dialogare i loro due mostri e scrivere e disegnare dei fumetti o una breve storia su questi buffi personaggi.

6. Percorsi minimi sugli spigoli di un cubo scheletrato

Con questa attività chiediamo di **individuare tutti i percorsi minimi che un personaggio può fare per andare da un vertice di un cubo scheletrato al vertice opposto**, con la possibilità di camminare lungo gli spigoli. Questa situazione moltiplicativa, pur essendo analoga alla precedente, può a questo punto risultare diversa, essendo legata a percorsi nello spazio.

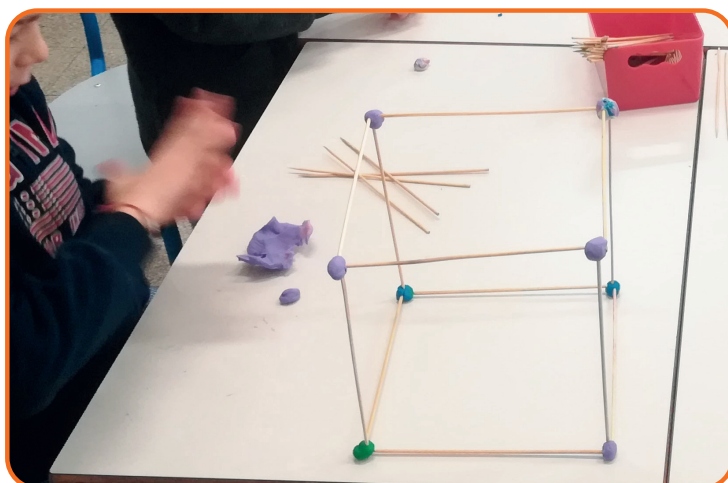
Per avviare questa attività possiamo proporre il seguente problema:

La formichina Tina vuole raggiungere sua cugina, la formichina Rosa. Tina si trova sul vertice A di un cubo scheletrato, mentre Rosa sul vertice G. Per raggiungerla Tina può camminare solo lungo gli spigoli del cubo, ma è molto molto stanca, dunque vorrebbe scegliere il percorso più breve. Qual è il percorso più breve per raggiungere Rosa? Quanti di questi percorsi più brevi ci sono?



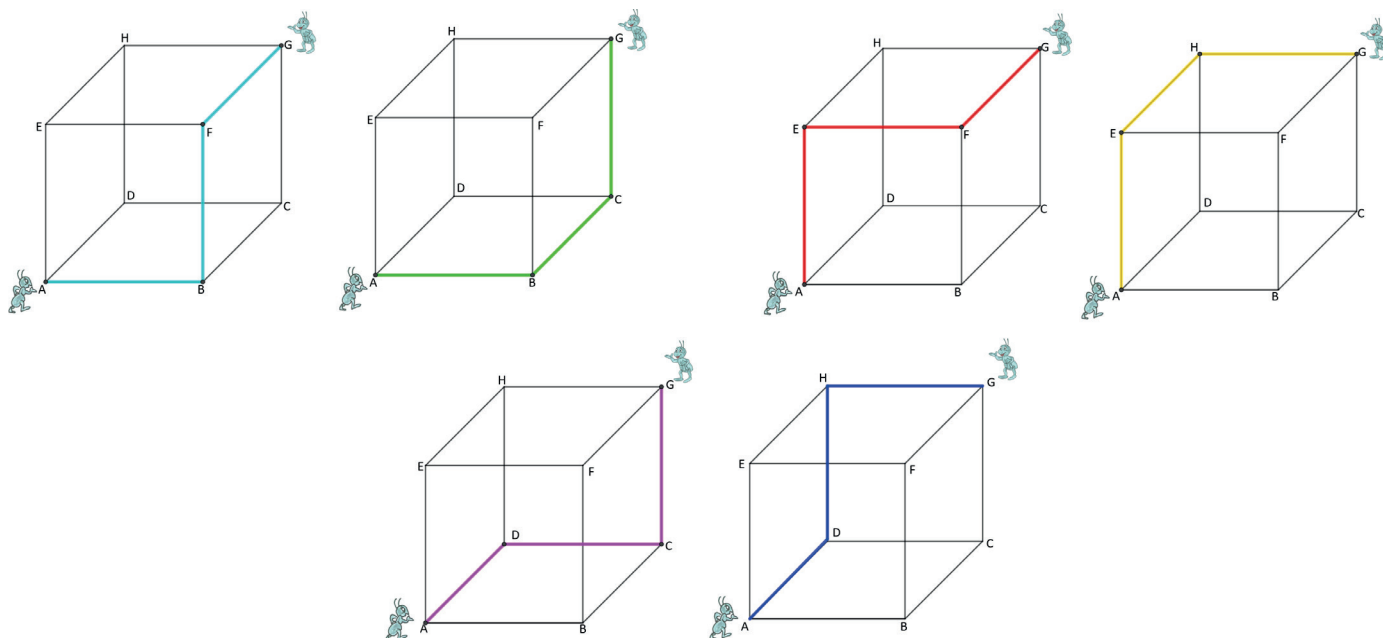
Le formichine Tina e Gina sui vertici del cubo.

Presentata la situazione, formiamo piccoli gruppi di lavoro di tre/quattro allieve/i e chiediamo di individuare e rappresentare tutti i percorsi minimi possibili. Per farlo è possibile costruire un cubo scheletrato da usare come supporto. Possiamo costruirlo utilizzando gli stecchini degli spiedini per gli spigoli e le palline di pasta modellabile per i vertici, oppure le cannuce da bibita per gli spigoli e gli scovolini per i vertici. Per facilitare la risoluzione, si possono utilizzare cannuce di diversi colori oppure colorare gli stecchini da spiedino di diversi colori. Per aumentare la motivazione, con il nastro adesivo potremmo attaccare il disegno della formichina Tina su un vertice e il disegno della cugina Rosa sul vertice opposto.



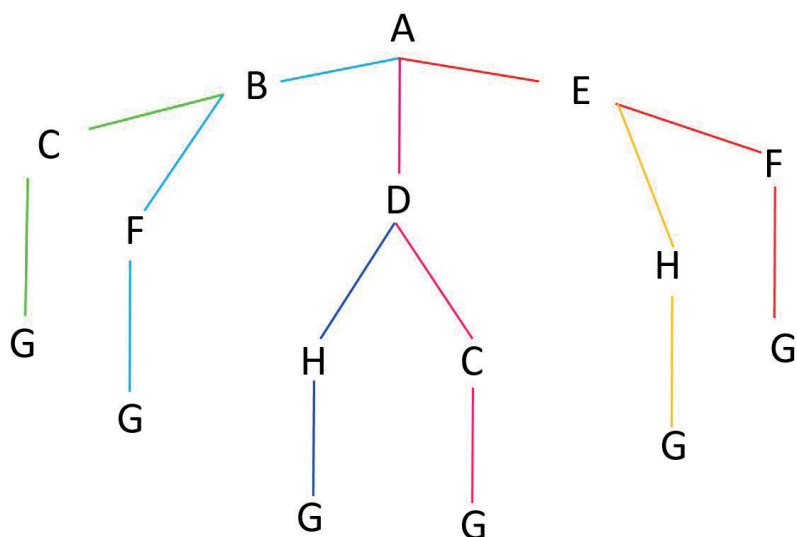
Costruzione del cubo scheletrato con stecchini da spiedini e palline di pasta modellabile.

Cerchiamo di individuare poi uno dei percorsi più brevi (lungo 3 spigoli) e successivamente cerchiamo tutti i percorsi di questa lunghezza che permettono a Tina di raggiungere la cugina Rosa. Si scoprirà che ci sono ben **6 percorsi possibili, tutti lunghi 3 spigoli**, che possono essere rappresentati dalle/dagli allieve/i e colorati con colori diversi come mostrato di seguito, oppure elencati tramite i nomi degli spigoli da percorrere: AB-BF-FG; AB-BC-CG; AE-EF-FG; AE-EH-HG; AD-DC-CG; AD-DH-HG.



I percorsi minimi possibili.

Partendo dal vertice A dove si trova Tina, si hanno 3 possibili strade; in seguito, da ciascuno di questi vertici di arrivo si hanno 2 possibili strade, dunque per calcolare il numero dei percorsi minimi possiamo moltiplicare $3 \times 2 = 6$. Anche questa situazione può essere rappresentata tramite il diagramma ad albero che chiederemo di realizzare autonomamente.



Rappresentazione dei percorsi con il diagramma ad albero.

Obiettivi di apprendimento

- Costruire e utilizzare modelli materiali nello spazio e nel piano come supporto a una prima capacità di visualizzazione.
- Rappresentare relazioni e dati e, in situazioni significative, utilizzare le rappresentazioni per ricavare informazioni, formulare giudizi e prendere decisioni.
- Rappresentare problemi con tabelle e grafici che ne esprimono la struttura.

Durata del percorso

1. **Apprendista mago alla Festa d'inverno:** 2 ore circa.
2. **Un mantello per il mago:** 30/40 minuti circa.
3. **Crea il tuo menu:** primo, contorno e dolce: 30/40 minuti (10 minuti circa per la preparazione delle carte e 30 minuti per l'attività).
4. **Una gustosa merenda:** 30/40 minuti circa; altri 30 minuti circa saranno necessari per la successiva preparazione dei panini.
5. **Il mostro chiacchierone:** 1 ora e mezza circa.
6. **Percorsi minimi sugli spigoli di un cubo scheletrato:** 1 ora circa.

Durata complessiva: 6-8 ore circa.

Materiali

1. **Apprendista mago alla Festa d'inverno.** Per ogni gruppo di lavoro sono necessari: un foglietto quadrato bianco di lunghezza del lato 12 cm e una stecchetta di legno di dimensioni 1,8 cm × 15 cm per rappresentare il mago; due foglietti quadrati di lunghezza del lato di 15 cm di due colori diversi (ad esempio azzurro e rosso) per i cappelli; due foglietti di dimensioni 7,5 cm × 15 cm di due colori diversi (ad esempio rosa e giallo) per i papillon; matite, matite colorate, fogli quadrettati (o quaderni).

2. **Un mantello per il mago.** Per ogni gruppo di lavoro sono necessari: due foglietti quadrati di lunghezza dei lati di 15 cm, uno di colore azzurro e uno di colore verde. Per la costruzione di un maghetto per ogni allieva/o, si aggiungono i materiali indicati al punto 1. da fornire in base ai colori scelti dai bambini. Inoltre nastro carta; fogli bianchi o a quadrettati, o quaderni; matite, matite colorate.
3. **Crea il tuo menu: primo, contorno e dolce:** fogli di carta A4 (uno per ogni allieva/o) per la preparazione delle carte, oppure, in alternativa, copie dell'**Allegato n. 5**; matite e matite colorate.
4. **Una gustosa merenda:** fogli A4 bianchi o quadrettati; matite e matite colorate. Per la vera preparazione della merenda: panini, prosciutto, mortadella, salame, insalata, pomodoro, in base alla lista di ingredienti elaborata in classe.
5. **Il mostro chiacchierone:** fogli di cartoncino A3 sui quali fotocopiare lo sviluppo (**Allegato n. 6**); ritagli di carta colorata nei colori viola, rosso, arancione, fuxia, verde, giallo, azzurro e verde chiaro (o altri, purché siano 8 colori diversi); forbici, colla e cucitrice; matite e matite colorate; fogli A4 bianchi o quadrettati.
6. **Percorsi minimi sugli spigoli di un cubo scheletrato:** stecchini da spiedini o cannucce (12 per ogni allieva/o o gruppi di allieve/i; pasta modellabile o scovolini; fogli A4 bianchi o quadrettati (o quaderni); matite e matite colorate.

Per saperne di più

Arrigo G., Maurizi L., Minazzi T. & Ramone V. (2023). Combinatoria, Probabilità, Statistica. Bonomo editore.

“Esperienze di combinatoria alla scuola elementare” (https://mama.edu.ti.ch/wp-content/uploads/2022/07/MD_Pratiche-didattiche_I-V_Esperienze-di-combinatoria-alla-scuola-elementare.pdf), Piattaforma “MaMa – Matematica per la scuola elementare”.

* Lorella Campolucci è *coordinatrice del gruppo Matematica in Rete (MiR) di Corinaldo (AN)*; già docente presso la scuola primaria “A. Api” di Ostra Vetere - I.C. Corinaldo.

* Silvia Sbaragli è *responsabile del Centro competenze Didattica della Matematica del Dipartimento formazione e apprendimento della SUPSI di Locarno, Svizzera*.

